

# ФИЗИКА

ГОТОВИМСЯ  
К ЕГЭ

УЧИМСЯ РЕШАТЬ  
ЗАДАЧИ



11

КЛАСС

**А.В. ЛУКЬЯНОВА**

**ФИЗИКА**

**11 КЛАСС**

**УЧИМСЯ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ**

**ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ**

**МОСКВА  
«ИНТЕЛЛЕКТ-ЦЕНТР»  
2011**

УДК 373.167.1:57

ББК 28я721

Л 84

Л 84 Лукьянова А.В.

Физика. 11 класс. Учимся решать задачи. Готовимся к ЕГЭ – М.: «Интеллект-Центр», 2011. – 176 стр.

Основная идея этого пособия – обеспечить условия и возможности для развития у учащихся навыков решения задач по физике средней и повышенной сложности, что необходимо для успешного прохождения итоговых аттестационных испытаний по физике.

Пособие содержит несколько тематических блоков; в каждом блоке – по четыре раздела: 1) задачи с полным физическим решением и подробными математическими выкладками; 2) задачи, решение которых предлагается продолжить; 3) задачи для самостоятельного решения; 4) проверочная работа.

Книга подходит как для учащихся, которые самостоятельно готовятся к итоговым аттестационным испытаниям по предмету, так и для учителей физики, желающих закрепить у своих учеников основы физического мышления и навыки решения задач.

Генеральный директор издательства «Интеллект-Центр»

*М.Б. Миндюк*

Редактор *Д.П. Локтионов*

Технический редактор *В.С. Торгашова*

Художественный редактор *Е.Ю. Воробьёва*

Подписано в печать 17.09.2010. Формат 60x84/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 11,0. Тираж 5000 экз.

Заказ № 1008920.



Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного электронного оригинал-макета  
в ОАО «Ярославский полиграфкомбинат»  
150049, Ярославль, ул. Свободы, 97

ISBN 978-5-89790-737-3

© «Интеллект-Центр», 2011

© Лукьянова А.В. , 2010

## **ВВЕДЕНИЕ**

Основная идея этого пособия: обеспечить условия и возможности для развития у учащихся навыков решения задач по физике. Это поможет им приобрести более прочные знания и подготовиться к итоговым аттестационным испытаниям по этому предмету.

Данное пособие содержит шесть тематических блоков, соответствующих программе 11 класса:

1. Электрический ток. Закон Ома для замкнутой цепи.
2. Магнитное поле. Силы Ампера, Лоренца. Электромагнитная индукция.
3. Электромагнитные колебания. Колебательный контур. Преобразования энергии.
4. Оптика геометрическая. Построение изображения и расчёт его параметров в тонкой линзе. Оптические системы. Оптика волновая.
5. Квантовая физика. Фотоэффект. Строение атома.
6. Ядерная физика. Строение ядра. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада.

Каждый тематический блок содержит четыре раздела:

**A. Разобранные задачи.** Задачи разобраны полностью с чёткими пояснениями, выделением логических связей, указанием границ применимости законов, полными математическими выкладками.

**Б. Наброски решения.** В представленных задачах решение не доведено до конца. В некоторых задачах представлено почти полное решение, в некоторых — только намечен его план.

**В. Задачи для самостоятельного решения.** Представлена подборка схожих по структуре и содержанию с предыдущим блоком задач. К каждой задаче представлен ответ в общем и числовом виде.

**Г. Проверка, которая делится на две части.** Первая часть — качественные задачи на проверку понимания физического содержания задачи и логики решения. Например, «определите

законы, необходимые в решении данной задачи», «какие данные не потребуются для решения задачи», «по проверке размерности докажите, что данная формула не является решением задачи» и т.п.

Вторая часть — «классическая» контрольная работа (4 задачи) в 4-х вариантах. Все варианты равнозначны по количеству используемых законов и математических преобразований. Одна задача качественная, остальные расчётные.

Представлены задачи среднего и повышенного уровня сложности. Их нельзя научиться решать «по образцу». Главное правило успеха: овладеть обобщённым планом решения задач. Он состоит из следующих основных этапов: 1) выделить систему материальных тел, задействованных в задаче; 2) определить физические явления, происходящие в задаче; 3) вспомнить законы и закономерности, описывающие эти явления; 4) выяснить, что требуется найти в задаче, какие данные в условии могут быть для этого лишними, каких не хватает, что нужно посмотреть в справочных таблицах; 5) провести математические выкладки; 6) получить численный ответ; 7) проверить ответ.

Проверка ответа может включать в себя проверку размерности полученной формулы и анализ численного ответа. (Должно настораживать, например, получение скорости тела  $10^8$  км/с или ёмкость конденсатора 100 фарад...) Иногда целесообразно получение численного ответа «по частям».

*Желаем успеха!*

# 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЗАМКНУТОЙ ЦЕПИ.

## 1A. РАЗОБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

**1A. 1. Элемент с внутренним сопротивлением  $r = 4 \text{ Ом}$  и ЭДС  $\varepsilon = 12 \text{ В}$  замкнут сопротивлением  $R = 8 \text{ Ом}$ . Какое количество теплоты будет выделяться во внешней цепи в единицу времени?**

В задаче имеется электрическая цепь постоянного тока. Ее параметры связаны законом Ома для полной цепи.

Внешняя цепь представлена одним сопротивлением  $R$ . Количество тепла, которое на нем выделяется, определяется законом Джоуля-Ленца.

Решение.

Дано:	Количества тепла, выделяющееся на сопротивлении $R$ за время $t$ по закону Джоуля-Ленца: $Q(t) = I^2 R t;$
$R = 8 \text{ Ом}$	В единицу времени выделяется количество тепла $Q = I^2 R.$
$r = 4 \text{ Ом}$	А сила тока в цепи по закону Ома для полной цепи:
$\varepsilon = 12 \text{ В}$	$I = \frac{\varepsilon}{R+r};$
$Q - ?$	

Таким образом,

$$Q = \left( \frac{\varepsilon}{R+r} \right)^2 R$$

Вычислим:

$$Q = \left( \frac{12}{8+4} \right)^2 \cdot 8 = 8 \text{ (Дж/с)}$$

Ответ.  $Q = 8 \text{ Дж/с}$ .

**1A. 2. К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 8$  В подключена нагрузка. Напряжение на зажимах источника  $U = 6,4$  В. Определить КПД установки.**

В задаче рассматривается электрическая цепь постоянного тока. КПД – это отношение полезной работы (мощности) к затраченной энергии (мощности). В данном случае КПД – это отношение мощности, выделяющейся во внешней цепи, к работе в единицу времени, произведенной источником тока (там, как известно, работают сторонние силы).

**Решение.**

Дано:

$U = 6,4$  В

$\varepsilon = 8$  В

**КПД – ?**

Мощность, выделяющаяся во внешней цепи, согласно закону Джоуля-Ленца:  $P = U \cdot I$ ;

Вычислим мощность, которую производят сторонние силы на создание тока  $I$ . По определению силы тока, это есть количество заряда, проходящее по цепи в единицу времени. А работа сторонних сил по переносу одного заряда, по определению ЭДС, есть  $\varepsilon$ .

Таким образом, при силе тока  $I$  сторонние силы в единицу времени совершают работу  $\varepsilon \cdot I$ .

$$\text{КПД} = \frac{U \cdot I}{\varepsilon \cdot I} \cdot 100\% = \frac{U}{\varepsilon} \cdot 100\% ;$$

$$\text{КПД} = 6,4 / 8 \cdot 100\% = 80\%$$

**Ответ.** **КПД = 80%.**

**1A. 3. КПД источника тока, замкнутого на внешнее сопротивление  $R$ , составляет 60%. Как изменится КПД, если увеличить внешнее сопротивление в 6 раз?**

В задаче рассматривается электрическая цепь постоянного тока. О КПД такой цепи можно прочитать в предыдущей задаче.

Решение.

Дано:

$$R_1 = R$$

$$R_2 = 6R$$

$$\text{КПД}_1 = 60\%$$

$$\text{КПД}_2 - ?$$

$$\eta_1 = 0,6$$

КПД электрической цепи — это отношение полезной мощности (выделившейся на внешнем сопротивлении) к мощности, затраченной сторонними силами в источнике тока.

Полезная мощность:  $P = U \cdot I$ ;

Затраченная мощность:  $P_z = \epsilon \cdot I$ ;

$$\text{КПД: } \eta = \frac{UI}{\epsilon I} = \frac{U}{\epsilon};$$

Сила тока определяется законом Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\epsilon}{R + r};$$

Напряжение на внешнем сопротивлении определяется законом Ома для участка цепи:  $U = I \cdot R$ ;

Следовательно:  $\eta = \frac{U}{\epsilon} = \frac{IR}{\epsilon} = \frac{\epsilon}{R+r} \cdot \frac{R}{\epsilon} = \frac{R}{R+r} = \frac{1}{1+\frac{r}{R}}$ , т.е. определяется только отношением внутреннего и внешнего сопротивлений.

Для первого случая  $\eta_1 = \frac{1}{1+\frac{r}{R}} = 0,6 \rightarrow 1 + \frac{r}{R} = \frac{1}{\eta_1} \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{\eta_1} - 1 = \frac{1}{0,6} - 1 = \frac{2}{3}$$

$$\text{Для второго случая } \frac{r}{6R} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{9}; \quad \eta_2 = \frac{1}{1 + \frac{r}{6R}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{9}} = \frac{9}{10} = 0,9.$$

$$\text{КПД}_2 = \eta_2 \cdot 100 \% = 90 \%.$$

Ответ. КПД<sub>2</sub> = 90 %

**1А. 4.** Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них он закипает через  $t_1$  минут, а при включении другой – через  $t_2$  минут. Через сколько времени закипит чайник, если обе обмотки включить одновременно последовательно? Параллельно?

В задаче рассматривается нагрев воды (потому что в чайник обычно наливают воду) с помощью тепла, выделяющегося на сопротивлении, включенного в электрическую цепь.

Электрочайник мы включаем обычно в электрическую цепь переменного тока с известной амплитудой напряжения и частотой. Но количество тепла, выделяющегося в цепи переменного тока, определяется тем же законом Джоуля-Ленца, что и в цепи постоянного тока, только в качестве значений силы тока и напряжения берутся не мгновенные значения, а эффективные, если рассматривать времена много большие, чем период изменения тока. Здесь это выполняется: в сети ток меняется с частотой 50 Гц, а чайник обычно закипает за несколько минут. Поэтому можно «забыть» о переменности тока в данном случае и решать задачу, как будто явления происходят в цепи постоянного тока.

## Решение.

Естественно рассматривать во обоих случаях одинаковое количество воды в чайнике, одинаковую ее начальную температуру, одинаковую конечную температуру, одинаковые потери тепла при кипячении и т. д. Т. е. будем считать, что количество тепла, выделившееся при разных подключениях обмоток одно и то же –  $Q$ .

Количество тепла определяется законом Джоуля-Ленца:  
 $Q = UIt$ , где  $U$  и  $I$  – эффективные значения напряжения и силы тока.

Поскольку в нашем случае постоянно напряжение (его обеспечивает вся энергосистема страны!), то удобнее воспользоваться этим законом в другой форме, зная что, согласно закону Ома для участка цепи,  $I = U/R$ :

$$Q = \frac{U^2 t}{R} .$$

Отсюда несложно выразить время, требующееся для того, чтобы выделилось количество тепла  $Q$ :

$$t = \frac{Q}{U^2} R .$$

Итак, время кипячения прямо пропорционально сопротивлению спирали чайника.

При включении обмоток с сопротивлением, соответственно,  $R_1$  или  $R_2$  чайник закипает за

$$t_1 = \frac{Q}{U^2} R_1 \text{ или } t_2 = \frac{Q}{U^2} R_2 .$$

Для последовательного подключения обмоток их сопротивления просто складываются ( $R = R_1 + R_2$ ) и время кипячения:

$$t_a = \frac{Q}{U^2} R = \frac{Q}{U^2} (R_1 + R_2) = t_1 + t_2 .$$

Для параллельного подключения обмоток складываются величины, обратные их сопротивлениям:  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  ;

Время кипячения в этом случае:

$$t_b = \frac{Q}{U^2} R = \frac{Q}{U^2} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Домножим и разделим на величину  $\frac{Q}{U^2}$ :

$$t_b = \frac{Q}{U^2} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\frac{Q}{U^2} R_1 \cdot \frac{Q}{U^2} R_2}{\frac{Q}{U^2} R_1 + \frac{Q}{U^2} R_2} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} .$$

Ответ. При последовательном включении обмоток  $t_a = t_1 + t_2$  ;

при параллельном включении обмоток  $t_b = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$  .

**1А. 5. Какой длины надо взять никелиновую проволоку сечением 0,84 мм<sup>2</sup>, чтобы изготовить нагреватель на 220 В, при помощи которого можно было бы нагреть 2 л воды от 20 °С до кипения за 10 мин при КПД 80 %?**

В задаче рассматривается, во-первых, электрическая цепь постоянного тока, в которой выделяется тепло, и, во-вторых, нагрев воды. Цепь – источник тепла; вода – потребитель.

Количество тепла, которое выделяется в цепи, определяется законом Джоуля-Ленца. Это тепло тратится на нагрев воды и окружающей среды. По условию, воде достается 80 %.

Количество тепла, которое нужно сообщить воде, определяется ее массой и разницей температур: конечной и начальной.

Массу воды мы можем определить, зная ее объем (из условия)

и плотность (из справочных таблиц  $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ ). Начальная температура дана, конечная температура — это температура кипения воды. Поскольку в задаче не оговорено, то будем считать, что кипячение происходит при нормальных условиях. Тогда температура кипения воды —  $100^\circ\text{C}$ .

Удельную теплоемкость воды можно взять из справочных таблиц ( $c = 4200 \text{ Дж}/\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}$ ).

Таким образом, схема решения будет такой: 1) найдем количества тепла, которое нужно, чтобы нагреть воду; 2) определим количество тепла, выделившееся в цепи (с учетом КПД); 3) по количеству тепла и напряжению определим сопротивление нагревателя; 4) по сопротивлению нагревателя можно найти его длину.

### Решение.

<p>Дано:</p> <p><math>S = 0,84 \text{ мм}^2</math></p> <p><math>U = 220 \text{ В}</math></p> <p><math>V = 2 \text{ л}</math></p> <p><math>t_1 = 20^\circ\text{C}</math></p> <p><math>t_2 = 100^\circ\text{C}</math></p> <p><math>t = 10 \text{ мин}</math></p> <p>КПД = 80 %</p> <p><math>L - ?</math></p>	<p>Си:</p> <p><math>S = 0,84 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2</math></p> <p><math>V = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3</math></p> <p><math>t = 600 \text{ с}</math></p> <p><math>\eta = 0,8</math></p>	<p>1) Масса воды определяется ее плотностью и объемом:  <math>m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2 \text{ (кг)}</math>;</p> <p>Количество тепла, необходимое для нагрева воды:  <math>Q_1 = cm(t_2 - t_1)</math>;  <math>Q_1 = 4200 \cdot 2 \cdot (100 - 20) =</math>  <math>= 672000 \text{ (Дж)}</math></p> <p>Это количество тепла составляет всего 80 % от того тепла <math>Q</math>, которое выделилось в нагревателе:  <math>Q = Q_1/\eta</math>; <math>Q = 672000/0,8 =</math>  <math>= 840000 \text{ (Дж)}</math>;</p>
--	--	---

2) Это количество тепла выделилось в электрической цепи и поэтому определяется по закону Джоуля-Ленца:

$$Q = UIt = U^2t/R;$$

3) Таким образом, сопротивление нагревателя:

$$R = \frac{U^2 t}{Q}; \quad R = \frac{220^2 \cdot 600}{840000} = 34,6 \text{ (Ом);}$$

4) Сопротивление проводника определяется его геометрическими размерами (длиной  $L$  и площадью поперечного сечения  $S$ ), а также удельным сопротивлением  $\rho$  (к сожалению, обозначается с плотностью одной и той же греческой буквой «ро», но по контексту задачи ясно, что именно имеется в виду):

$$R = \rho \frac{L}{S} \rightarrow L = \frac{R}{\rho} \cdot S;$$

Удельное сопротивление никелина  $\rho = 42 \cdot 10^{-8}$  Ом·м (можно посмотреть в справочных таблицах).

$$L = \frac{34,6}{42 \cdot 10^{-8}} \cdot 0,84 \cdot 10^{-6} = 0,692 \cdot 10^2 = 69,2 \text{ (м).}$$

В этой задаче мы проводили вычисления «по частям». Нам кажется, что в данном случае это удобнее.

Ответ.  $L = 69,2 \text{ м.}$

**1A. 6.** Схема электрической цепи показана на рисунке 1.1. Когда цепь разомкнута, вольтметр показывает 8 В. При замкнутой цепи вольтметр показывает 7 В. Сопротивление внешней цепи равно 3,5 Ом. Чему равно внутреннее сопротивление источника?

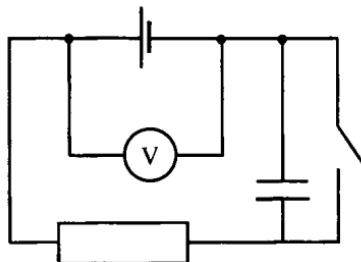


Рис.1.1

В задаче рассматривается электрическая цепь постоянного тока. Поэтому через конденсатор ток течь не может. Т.о., конденсатор из цепи можно без ущерба для задачи исключить. Вольтметр будем считать идеальным, раз в задаче не оговорено обратное.

### Решение.

Итак, будем рассматривать следующую электрическую цепь (рис. 1.2):

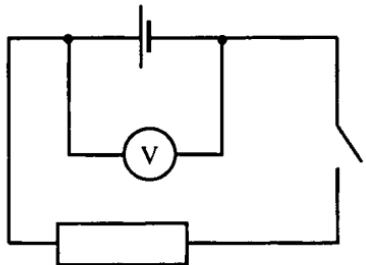


Рис.1.2

Дано:

$$U_1 = 8 \text{ В}$$

$$U_2 = 7 \text{ В}$$

$$R = 3,5 \text{ Ом}$$

$$r - ?$$

При разомкнутой цепи вольтметр покажет ЭДС источника:  $U_1 = \varepsilon$ ;

при замкнутой цепи сила тока определяется законом Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \rightarrow R+r = \frac{\varepsilon}{I} \rightarrow r = \frac{\varepsilon}{I} - R = \frac{U_1}{I} - R;$$

Напряжение, которое покажет вольтметр в замкнутой цепи, найдем по тому участку цепи, который не содержит неизвестное сопротивление  $r$ , а содержит как раз известное сопротивление  $R$ . Оно определяется законом Ома для участка цепи:

$$U_2 = I \cdot R; \rightarrow I = U_2 / R;$$

$$\text{Таким образом } r = \frac{U_1}{U_2} R - R = \left( \frac{U_1}{U_2} - 1 \right) \cdot R;$$

$$r = (8/7 - 1) \cdot 3,5 = 0,5 \text{ (Ом);}$$

Ответ.  $r = 0,5 \text{ Ом.}$

**1A. 7.** Чему равна энергия конденсатора емкости  $C$ , подключенного по электрической схеме, представленной на рисунке 1.3? Величины  $\epsilon$ ,  $R$  и  $r$  считать известными.

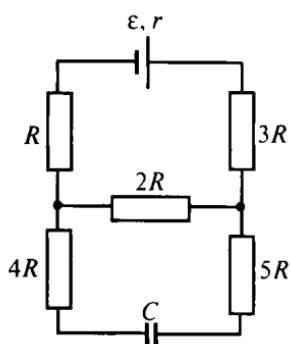


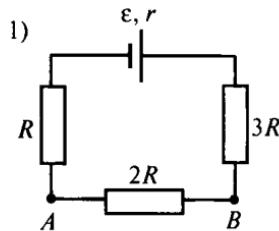
Рис.1.3

В задаче рассматривается электрическая цепь постоянного тока. Следовательно, ток через конденсатор не идет. Поэтому задача разбивается на две части:

1) рассмотрение электрической цепи с последовательным соединением сопротивлений  $R$ ,  $2R$ ,  $3R$

2) нахождение энергии конденсатора, на обкладках которого известно напряжение.

### Решение.



Упростим данную в задаче схему (см. рис. 1.4):

Рис.1.4

Сила тока в цепи определяется законом Ома для полной цепи, а сопротивление вычисляется по правилу для последовательного соединения  $R + 2R + 3R = 6R$  (см. рис. 1.4, 1):

$$I = \frac{\epsilon}{6R + r};$$

Напряжение между точками  $A$  и  $B$  найдем по закону Ома для участка цепи, содержащего сопротивление  $2R$ :

$$U = 2R \cdot I = \frac{2R\epsilon}{6R+r};$$

Энергия конденсатора емкости  $C$  при известном напряжении между обкладками (рис. 1.4, 2):

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C}{2} \cdot \left( \frac{2R\epsilon}{6R+r} \right)^2 = 2C \cdot \left( \frac{R\epsilon}{6R+r} \right)^2.$$

Ответ.  $W = 2C \cdot \left( \frac{R\epsilon}{6R+r} \right)^2.$

**1А. 8.** Электровоз массой 300 т движется вниз по горе с постоянной скоростью  $v = 36$  км/ч. Уклон горы 0,01, сила сопротивления движению электровоза составляет 3 % от его веса. Какой величины ток протекает через мотор электровоза, если напряжение в цепи  $U = 3000$  В и КПД электровоза 80 %?

В задаче рассматривается 1) работа электрического тока (в моторе) и 2) прямолинейное движение тела (электровоза) с постоянной скоростью по наклонной плоскости.

«Сопротивление движению электровоза» создается силой трения колес о рельсы, т.к. сопротивление воздуха при этой скорости большого влияния не окажет. Кроме того, для его вычисления в задаче не хватает данных. Тогда «3 %» в условии задачи превращаются в коэффициент трения  $\mu$ , равный 0,03.

«Уклон горы» — это, видимо, угол ее наклона. При таком маленьком угле будут равны сам угол, его синус и тангенс, что очень удобно.

Эта задача построена на стыке двух разделов физики: раздела электродинамики, изучающего работу электрического тока, и раздела механики, изучающего работу силы.

Решение задачи будем основывать на том факте, что 80% мощности, выделяющейся в электрической цепи, равно мощности, развиваемой силой тяги.

План решения: 1) найдем силу тяги, зная, что ускорение тела равно нулю (скорость постоянна); 2) найдем мощность, разрабатываемую силой тяги (она же, с учетом КПД, есть мощность, выделяющаяся в электрической цепи; 3) найдем силу тока.

### Решение.

Дано:	СИ	
$m = 300 \text{ т}$	$m = 300000 \text{ кг}$	1) Т.к. тело движется с постоянной скоростью, то сумма всех сил, действующих на него, равна нулю, согласно второму закону Ньютона.
$v = 36 \text{ км/ч}$	$v = 10 \text{ м/с}$	На тело действуют: сила тяжести $\bar{m}g$ (вертикально вниз);
$U = 3000 \text{ В}$		сила трения $\vec{F}_{mp}$ (точно против скорости);
КПД = 80 %	$\eta = 0,8$	сила реакции опоры $\bar{N}$ (перпендикулярно опоре) и сила тяги $\bar{F}_m$ (по скорости).
$\mu = 0,03$		
$\alpha = 0,01$		
<hr/>	$I - ?$	

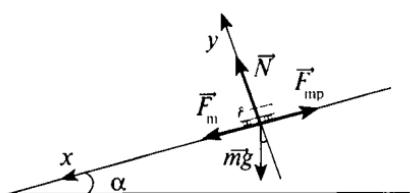


Рис. 1.5

Нарисуем все силы, действующие на тело, и спроектируем их на ось  $x$ , которую направим по направлению движения, и на ось  $y$ , которую направим перпендикулярно направлению движения (рис. 1.5). (Угол между силой тяжести и осью  $y$  равен  $\alpha$ .)

Сумма проекций сил на каждую ось равна нулю согласно второму закону Ньютона, т.к. тело движется без ускорения:

$$\text{Ось } x: F_m + mgsin\alpha - F_{mp} = 0; \quad (1)$$

$$\text{Ось } y: N - mgcos\alpha = 0; \quad (2)$$

где  $F_{mp} = \mu N$  – сила трения.

Из второго уравнения выразим силу реакции опоры  $N$ :

$$N = mgcos\alpha;$$

Тогда сила трения:

$$F_{mp} = \mu N = \mu mgcos\alpha;$$

Теперь из первого уравнения можно найти силу тяги:

$$F_m = F_{mp} - mgsin\alpha = \mu mgcos\alpha - mgsin\alpha = mg(\mu cos\alpha - sin\alpha);$$

2) Найдем мощность  $P$ , выделяющуюся в электрической цепи, зная, что мощность, создаваемая силой тяги, равна произведению силы тяги на скорость тела, и составляет  $\eta$  от мощности тока:

$$P = \frac{F_m \cdot v}{\eta} = \frac{mgv(\mu cos\alpha - sin\alpha)}{\eta}$$

3) Мощность, выделяющаяся в электрической цепи, определяется законом Джоуля-Ленца:

$$P = U \cdot I;$$

Осталось выразить силу тока:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{mgv(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}{\eta U};$$

Так как  $\alpha \ll 1$ , то  $\cos \alpha \approx 1$  и  $\sin \alpha \approx \alpha$ :

$$I = \frac{mgv(\mu - \alpha)}{\eta U};$$

Вычислим, считая  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>:

$$I = \frac{300000 \cdot 10 \cdot 10 \cdot (0,03 - 0,01)}{0,8 \cdot 3000} = \frac{10000 \cdot 0,02}{0,8} = \frac{200}{0,8} = 250 \text{ (A)}$$

Ответ.  $I = 250$  А.

**1А. 9.** Батарея состоит из параллельно соединенных элементов с внутренним сопротивлением  $r = 5$  Ом и ЭДС  $\varepsilon = 5,5$  В каждый. При токе во внешней цепи  $I = 2$  А полезная мощность составляет 7 Вт. Сколько в батарее элементов?

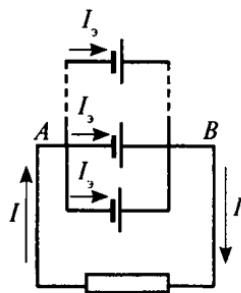


Рис. 1.6

В задаче имеется электрическая цепь постоянного тока с параллельным соединением источников тока, имеющих внутреннее сопротивление.

Количество элементов в батарее обозначим буквой  $n$  (рис. 1.6).

Элементы батареи соединены параллельно. Значит, напряжение на каждом из элементов одинаково и равно напряжению на всей батарее (напряжению между точками  $A$  и  $B$  на рис. 1.6).

Электрический ток  $I$ , подходя к точке  $A$ , разветвляется на  $n$  веток. Поскольку все элементы одинаковы, а электрический за-

ряд нигде не накапливается, то ток через каждый из элементов будет один и тот же. Обозначим его  $I_s$ .

Решение.

Дано:	Мощность, выделяющаяся во внешней цепи, по закону Джоуля-Ленца: $P = I \cdot U_{AB}$ ;
$r = 5 \text{ Ом}$	
$\varepsilon = 5,5 \text{ В}$	Поскольку все элементы батареи одинаковы, то и ток через каждую из них идет одинаковый:
$I = 2 \text{ А}$	$I_s = I/n$ ;
$P = 7 \text{ Вт}$	Напряжение на каждом из элементов батареи: $U_{AB} = \varepsilon - I_s r = \varepsilon - \frac{I}{n} r$
$n - ?$	

Получаем уравнения для поиска количества элементов:

$$P = I \cdot U_{AB} = I \cdot \left( \varepsilon - \frac{I}{n} r \right); \rightarrow P = I \cdot \varepsilon - \frac{I^2 r}{n} \rightarrow ; \frac{I^2 r}{n} = I \cdot \varepsilon - P;$$

$$n = \frac{I^2 r}{I \cdot \varepsilon - P}; n = \frac{2^2 \cdot 5}{2 \cdot 5,5 - 7} = 5$$

Ответ. 5 элементов

**1A. 10.** Определите силу тока в каждой цепи и разность потенциалов между точками *A* и *B* (рис. 1.7). Внутреннее сопротивление источников  $r_1$  и  $r_2$ ; ЭДС источников  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ . Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

Решение.

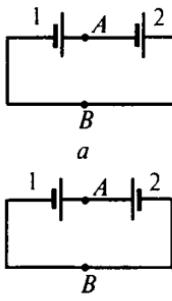


Рис. 1.7

а) Сила тока в цепи определяется законом Ома для полной цепи. Только внешнего сопротивления здесь нет. Сопротивление цепи складывается из внутренних сопротивлений последовательно соединенных источников. Полная ЭДС складывается из ЭДС последовательно соединенных источников.

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2};$$

Разность потенциалов между точками *A* и *B* – это напряжение на клеммах источника 1:

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \varepsilon_1 - I \cdot r_1 = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2} \cdot r_1 = \frac{\varepsilon_1(r_1 + r_2) - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot r_1}{r_1 + r_2} = \\ &= \frac{\varepsilon_1 r_1 + \varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_1 r_1 - \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}, \quad U_{AB} = \frac{\varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} \end{aligned}$$

Тот же самый ответ будет, если  $U_{AB}$  рассматривать как напряжение на клеммах источника 2.

Обратите внимание, что при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  и  $r_1 = r_2$  разность потенциалов между точками *A* и *B* равна нулю, но ток в цепи отличен от нуля!

б) Сила тока в цепи определяется законом Ома для полной цепи. Сопротивление цепи складывается из внутренних сопротивлений последовательно соединенных источников. Полная ЭДС равна разности ЭДС последовательно и «навстречу» соединенных источников.

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2};$$

Разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  – это напряжение на клеммах источника 1:

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \varepsilon_1 - I \cdot r_1 = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2} \cdot r_1 = \frac{\varepsilon_1(r_1 + r_2) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot r_1}{r_1 + r_2} = \\ &= \frac{\varepsilon_1 r_1 + \varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_1 r_1 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}; \quad U_{AB} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}; \end{aligned}$$

Если  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , то тока в цепи нет, а разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  – есть!

## 1Б. НАБРОСКИ РЕШЕНИЯ

**1Б. 1.** Батарея, включенная на сопротивление  $R_1 = 2$  Ом, дает ток  $I_1 = 1,6$  А. Та же батарея, включенная на сопротивление  $R_2 = 1$  Ом, дает ток  $I_2 = 2$  А. Найти мощность, которая теряется внутри батареи во втором случае.

В задаче рассматривается электрическая цепь постоянного тока.

Мощность, которая теряется внутри батареи, – это энергия, которая выделяется на внутреннем сопротивлении батареи в единицу времени. Ее можно найти по закону Джоуля-Ленца.

Дано:

$$R_1 = 2 \text{ Ом}$$

$$I_1 = 1,6 \text{ А}$$

$$R_2 = 1 \text{ Ом}$$

$$I_2 = 2 \text{ А}$$

$$P - ?$$

Мощность, которая выделяется на участке цепи, согласно закону Джоуля-Ленца:  $P = U \cdot I$ ; эту же формулу можно записать еще двумя способами:  $P = I^2 R = U^2 / R$ . Какую формулу лучше использовать? Это можно решить попозже. Сила тока в цепи определяется законом Ома для полной цепи:  $I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}$ ;  $I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}$

Эти два уравнения дают нам возможность найти ЭДС источника  $\epsilon$  и его внутреннее сопротивление  $r$ . Проще найти их не в общем виде, а подставив конкретные числа из условия задачи (они у нас все в СИ).

Должно получиться  $r = 3 \text{ Ом}$  и  $\epsilon = 8 \text{ В}$ .

Теперь можно искать мощность, которая теряется в батарее.

Проще выбрать формулу  $P = I^2 R$ .

Так ЭДС можно было бы и не искать...

$$P = I^2 \cdot r = 12 \text{ (Вт)}$$

**1Б. 2. К источнику тока с внутренним сопротивлением  $r = 1 \text{ Ом}$  подключаются два одинаковых сопротивления по  $R = 0,5 \text{ Ом}$ . Один раз сопротивления подключаются последовательно друг с другом, другой раз — параллельно. Найти отношение мощностей, выделяющихся во внешней цепи в первом и втором случаях.**

В задаче рассматривается электрическая цепь постоянного тока с последовательным и параллельным подключением сопротивлений.

Дано:

$r = 1 \text{ Ом}$

$R = 0,5 \text{ Ом}$

$$\frac{P_{посл}}{P_{парал}} = ?$$

Мощность, выделяющаяся на сопротивлении, можно найти по закону Джоуля-Ленца. Удобнее использовать формулу  $P = I^2 R$ ; Сила тока определяется законом Ома для полной цепи. Сопротивление внешней цепи определяется в первом случае правилом для последовательно соединенных сопротивлений, а во втором случае — для параллельно соединенных сопротивлений.

Должно получиться:

$$P_{\text{посл}} = \left( \frac{\varepsilon}{r + 2R} \right)^2 \cdot (2R);$$

$$P_{\text{паралл}} = \left( \frac{\varepsilon}{r + R/2} \right)^2 \cdot \left( \frac{R}{2} \right); \text{ где } \varepsilon - \text{ЭДС источника.}$$

**1Б. 3.** Источник постоянного тока замыкают первый раз на сопротивление  $R_1 = 9$  Ом, а второй раз – на сопротивление  $R_2 = 4$  Ом. Оба раза за одинаковое время на сопротивлениях выделяется одно и то же количество тепла. Определить внутреннее сопротивление источника  $r$ .

В задаче рассматривается электрическая цепь постоянного тока. Сила тока в цепи определяется законом Ома для полной цепи, а количества тепла – законом Джоуля-Ленца.

Должно получиться уравнение для определения внутреннего сопротивления:

$$\frac{1}{(R_1 + r)^2} \cdot R_1 = \frac{1}{(R_2 + r)^2} \cdot R_2;$$

Лучше решать его не в общем виде, а просто подставить числа, данные в задаче.

**1Б. 4.** Электрическая цепь состоит из источника тока и реостата. ЭДС источника  $\varepsilon = 6$  В, его внутреннее сопротивление  $r = 2$  Ом. Сопротивление реостата можно изменять в пределах от 1 Ом до 5 Ом. Чему равна максимальная мощность тока, выделяемая на реостате?

В задаче рассматривается электрическая цепь постоянного тока, в которой совершается работа (выделяется мощность).

Дано:	Мощность $P$ , выделяемая на реостате с сопротивлением $R$ , определяется законом Джоуля-Ленца. Сила тока определяется по закону Ома для полной цепи.
$\epsilon = 6 \text{ В}$	
$r = 2 \text{ Ом}$	Исследуем полученную функцию (зависимость мощности $P$ от сопротивления реостата $R$ ) на максимум относительно $R$ (используем формулу для производной частного двух функций), подставив численные значения $\epsilon$ и $r$ .
$R_1 = 1 \text{ Ом}$	
$R_2 = 1 \text{ Ом}$	
$P_{\max} - ?$	

$$P = 36 \frac{R}{R^2 + 4R + 4}; \quad P' = 36 \cdot \frac{4 - R^2}{(R^2 + 4R + 4)^2}$$

Производная  $P$  по  $R$  обращается в ноль при  $R = 2$  (Ом), и это – максимум, о чем говорит знак производной слева и справа от  $R = 2$ .

Максимальное значение мощности вычислим, подставив в формулу для мощности найденное сопротивление.

**1Б. 5.** К однородному медному цилиндрическому проводнику на 15 с приложили разность потенциалов 1 В. Какова длина проводника, если его температура при этом повысилась на 10 К? Изменением сопротивления проводника и рассеянием тепла при его нагревании пренебречь.

В задаче рассматривается участок электрической цепи постоянного тока, на котором выделяется тепло, и нагрев тела (медного провода).

Длину проводника будем искать исходя из того, что все тепло, выделившееся на этом участке цепи, тратится на его нагрев.

Количество тепла  $Q$ , выделившееся на участке цепи за время  $t$ , определяется законом Джоуля-Ленца:  $Q = U^2 t / R$ .

Для определения количества тепла придется найти сопротивление проводника  $R$ . Оно определяется длиной проводника  $L$ ,

площадью его поперечного сечения  $S$  и удельным сопротивлением материала проводника (меди)  $\rho_s$ .

$$R = \rho_s \frac{L}{S}.$$

Это количество тепла  $Q$  нагрело проводник массой  $m$  с теплоемкостью  $c$  на  $\Delta T$  градусов:

$$Q = cm\Delta T.$$

Массу проводника можно найти по его плотности и объему:

$$m = \rho V.$$

Объем проводника можно вычислить через те же его геометрические размеры, что и сопротивление – длину и площадь поперечного сечения:

$$V = LS.$$

Получаем уравнение для определения длины проводника:

$$\frac{U^2 St}{\rho_s L} = c \rho LS \Delta T.$$

**1Б. 6.** Троллейбус массой 11 т движется равномерно со скоростью 36 км/ч. Найти силу тока в обмотке двигателя, если напряжение равно 550 В и КПД 80 %. Коэффициент сопротивления движению 0,02.

В задаче рассматривается работа электрического тока и равномерное прямолинейное движение.

Тело (троллейбус) движется равномерно и прямолинейно, если сумма сил, приложенных к нему, равна нулю, согласно второму закону Ньютона. Судя по всему, троллейбус движется горизонтально (угол наклона не указан). На него действуют сила тяжести, сила реакции опоры, сила тяги двигателя и сила трения (видимо, трение колес о дорогу; сопротивлением воздуха при

обычных скоростях движения троллейбусов можно пренебречь; т.о. «коэффициент сопротивления движению», о котором говорится в задаче, – это коэффициент трения колес о дорогу).

Сила тяги создается электродвигателем. По условию, только 80 % работы электрического тока тратится на движение троллейбуса (остальное, видимо, греет сам троллейбус и окружающий воздух). Поскольку троллейбус не разгоняется и не тормозит (движется равномерно), то эти 80 % работы электрического тока уходят на преодоление силы трения.

Т.е., 80 % работы электрического тока равны (по модулю) работе силы трения. То же самое можно сказать и о мощности.

Дано:	СИ	
$m = 11 \text{ т}$	$11 \cdot 10^3 \text{ кг}$	Мощность, создаваемая электрическим двигателем, определяется законом Джоуля-Ленца: $P_d = U \cdot I$ .
$v = 36 \text{ км/ч}$	$10 \text{ м/с}$	Мощность силы трения: $P_{mp} = F_{mp}v$ .
$U = 550 \text{ В}$		Модуль силы трения при равномерном движении по горизонтали недалеко от поверхности Земли, где силу тяжести можно считать равной $mg$ : $F_{mp} = \mu mg$ . Должно получиться:
$\eta = 80\%$	0,8	
$\mu = 0,02$		
$I - ?$		$I = \frac{\mu mgv}{\eta U}$ .

**1Б. 7. Электрокипятильник со спиралью сопротивлением 160 Ом поместили в сосуд, содержащий 0,5 л воды при 20 °C, и включили в сеть напряжением 220 В. Через 20 мин спираль выключили. Какое количество воды выкипело, если КПД спирали 80%?**

В задаче рассматривается электрическая цепь, где выделяется тепло, и вода, которая этим теплом нагревается (сосуд, видимо, не будет нагреваться, по крайней мере для расчета количества тепла, потребного на нагрев сосуда, не хватает данных), а потом кипит.

80 % тепла, выделяющегося в цепи, тратится на нагрев воды. Это тепло сначала нагрело воду от 20 °C до 100 °C (температуры кипения при нормальных условиях), затем, видимо, вода стала кипеть и превращаться в пар.

План решения представляется таким: 1) найти количество тепла, которое выделится в электрической цепи за  $t = 20$  мин (по закону Джоуля-Ленца); 2) с учетом КПД найти количество тепла  $Q$ , которое получит вода; 3) найти количество тепла  $Q_1$ , которое нужно, чтобы нагреть всю воду до температуры кипения; 4) если количество тепла, которое получит вода, больше количества тепла, которое пойдет на ее нагрев, то этот излишек ( $Q - Q_1$ ) пойдет на испарение (выкипание, как сказано в условии); 5) по излишку тепла, узнав по таблицам удельную теплоту парообразования воды  $\lambda$ , можно определить массу испарившейся воды.

$$\Delta m = \frac{Q - Q_1}{\lambda}; \quad Q = \eta \frac{U^2}{R} t; \quad Q_1 = cm(t_{\text{кип}} - t_0);$$

В качестве промежуточных результатов должно быть:  $Q = 290400$  Дж;  $Q_1 = 168000$  Дж.

**1Б. 8.** Найдите силу тока, текущую через сопротивление  $R_1$ , и энергию, запасенную в конденсаторе (рис. 1.8). Величины сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ , емкость конденсатора  $C$ , ЭДС источника  $\varepsilon$  и его внутреннее сопротивление  $r$  считать известными.

В задаче рассматривается электрическая цепь постоянного тока. Поэтому ток через ветку, содержащую конденсатор, не идет, и ее можно исключить из схемы.

Ток  $I$  через  $R_1$  можно найти, используя закон Ома для полной цепи, а энергию конденсатора  $W$  – по напряжению на его обкладках, которое равно напряжению на участке цепи, содержащей сопротивление  $R_1$ .

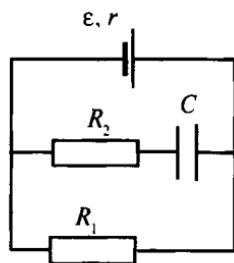


Рис. 1.8

**1Б. 9.** В электрической схеме, показанной на рисунке 1.9, ключ  $K$  замкнут. Заряд конденсатора  $q = 2 \text{ мКл}$ , ЭДС батарейки  $\epsilon = 24 \text{ В}$ , ее внутреннее сопротивление  $r = 5 \text{ Ом}$ , сопротивление резистора  $R = 25 \text{ Ом}$ . Найдите количество теплоты, которое выделяется на резисторе после размыкания ключа  $K$  в результате разряда конденсатора. Потерями на излучение пренебречь.

В задаче рассматриваются две ситуации.

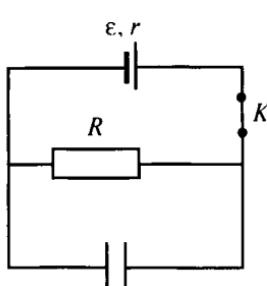


Рис.1.9

*Первая:* электрическая цепь постоянного тока, в которой ток через конденсатор не идет. В этом случае напряжение на конденсаторе равно напряжению на сопротивлении  $R$ , в конденсаторе хранится энергия.

*Вторая ситуация:* выделение тепла при разряде конденсатора через сопротивление  $R$ . Поскольку мы пренебрегаем потерями на излучение, то вся энергия, запасенная в конденсаторе, выделится в виде тепла. Т.е., в ответе будет количество энергии, запасенное в конденсаторе при замкнутом ключе  $K$ .

*План решения:*

- 1) найти напряжение  $U$  на конденсаторе при замкнутом ключе  $K$ ;
- 2) определить энергию конденсатора  $W$ , зная его заряд и напряжение на обкладках.

Промежуточный результат:

$$U = \frac{\epsilon R}{R + r} .$$

**1Б. 10.** В схеме на рисунке 1.10 амперметр показывает силу тока 1 А. Какую силу тока покажет амперметр при смене полярности источника тока? Внутренним сопротивлением источника и амперметра пренебречь. Сопротивление диода, включенного в прямом направлении, считать равным нулю.

В задаче рассматривается электрическая цепь постоянного тока, в которую входят диоды. По условию, диод имеет нулевое сопротивление в прямом направлении. Это означает, что его можно заменить куском соединительного провода, который по условию тоже не имеет сопротивления.

Тогда схема изменится и будет представлять собой параллельное соединение проводников (рис. 1.11):

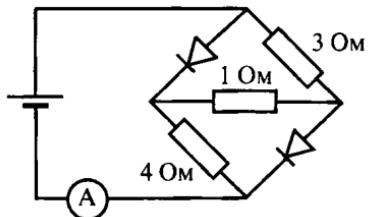


Рис. 1.10

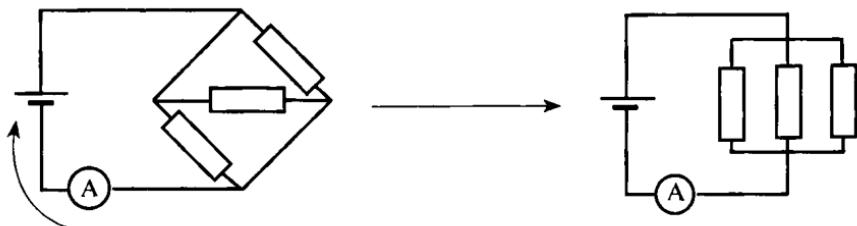


Рис. 1.11

В обратном направлении диод не пропускает ток. Это означает, что его можно заменить обрывом цепи. Тогда схема будет представлять собой последовательное соединение проводников (рис. 1.12):

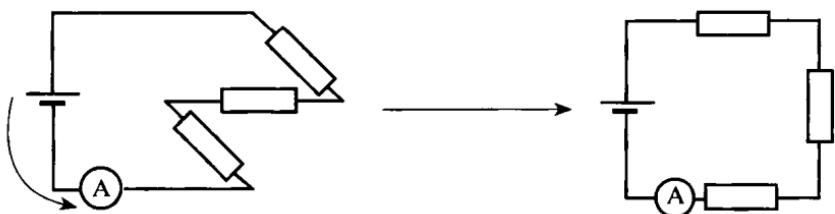


Рис. 1.12

Сопротивление цепи в первом и втором случаях вычислить несложно по правилам для параллельного и последовательно соединения сопротивлений ( $R_1 = \frac{12}{19}$  Ом;  $R_2 = 8$  Ом).

Силу тока во втором случае можно найти из закона Ома.

## 1В. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

**1В. 1.** Найти внутреннее сопротивление аккумулятора, если при увеличении внешнего сопротивления с  $R_1 = 3$  Ом до  $R_2 = 10,5$  Ом КПД схемы увеличился вдвое.

**1В. 2** Нагреватель с постоянным сопротивлением  $R = 25$  Ом питается от двух одинаковых аккумуляторов с внутренним сопротивлением  $r = 10$  Ом каждый. Каким образом (последовательно или параллельно) следует соединить аккумуляторы, чтобы получить в нагревателе большую мощность?

**1В. 3.** При одном и том же напряжении одна лампа потребляет мощность в два раза больше другой. Определить мощности  $P_1$  и  $P_2$ , потребляемые каждой лампой при их последовательном включении в цепь, если вместе они потребляют мощность  $P$ . Сопротивления ламп считать постоянными.

**1В. 4.** К источнику постоянного тока с ЭДС  $\varepsilon = 140$  В подключена лампа, находящаяся на расстоянии  $L = 400$  м от источника. Лампа рассчитана на напряжение  $U = 100$  В и мощность  $P = 100$  Вт. На какую величину изменится напряжение на лампе, если параллельно ей подключить вторую такую же лампу? Сечение провода  $S = 1$  мм<sup>2</sup>, удельное сопротивление провода  $\rho = 2,8 \cdot 10^{-8}$  Ом·м (алюминий). Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

**1В. 5.** В электрический кофейник налили воду объемом 0,32 л при температуре 20 °С и включили нагреватель. Через какое время после включения выкипит вся вода, если мощность нагревателя 2 кВт, КПД нагревателя 80 %?

**1B. 6.** Электродвигатель подъемного крана работает под напряжением 380 В и потребляет силу тока  $I = 20$  А. Каков КПД установки, если груз массой 1 т кран поднимает на высоту 19 м за 50 с?

**1B. 7.** Конденсатор емкостью 2 мкФ присоединен к источнику постоянного тока с ЭДС 3,6 В и внутренним сопротивлением 1 Ом (рис. 1.13). Сопротивления резисторов  $R_1 = 4$  Ом,  $R_2 = 7$  Ом,  $R_3 = 3$  Ом. Каков заряд на левой обкладке конденсатора?

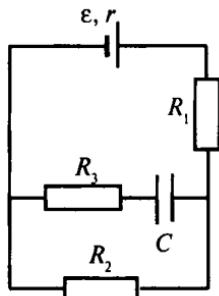


Рис. 1.13

**1B. 8.** Одни и те же элементы соединены в электрическую цепь сначала по схеме рис. 1.14а), а затем по схеме рис. 1.14б). Сопротивление резистора равно  $R$ , сопротивление амперметра  $9R$ , сопротивление вольтметра  $1100R$ . Найдите отношение  $I_2:I_1$  показаний амперметра в схемах. Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением проводов пренебречь.

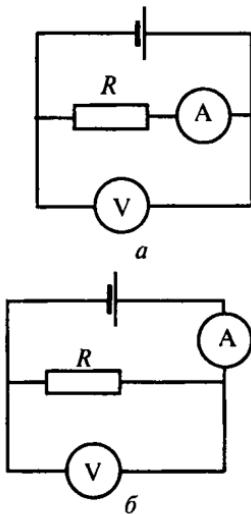


Рис. 1.14

**1B. 9.** Электрическая цепь состоит из источника постоянного тока с ЭДС  $\epsilon = 1,5$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом и активного сопротивления  $R = 2,5$  Ом. Сила тока в цепи  $I = 0,5$  А. Определите работу сторонних сил за  $t = 60$  с.

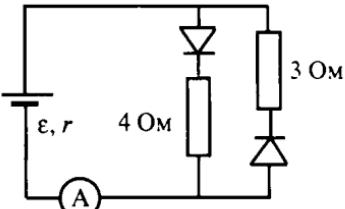


Рис. 1.15

**1B. 10.** Каковы показания амперметра, если ЭДС источника  $\epsilon = 6$  В, а его внутреннее сопротивление  $r = 1$  Ом (рис. 1.15)? Внутренним сопротивлением амперметра пренебречь. Сопротивление диода, включенного в прямом направлении, считать равным нулю.

## 1Г. ПРОВЕРКА

### 1. Определите законы, необходимые в решении данной задачи:

а) В цепи, состоящей из источника тока с ЭДС  $\epsilon = 6$  В и внутренним сопротивлением  $r = 2$  Ом и реостата, идет ток  $I = 0,5$  А. Какой ток  $I_1$  пойдет при уменьшении сопротивления реостата в 3 раза?

б) Железная и медная проволоки, равные по длине и сечению, соединены последовательно и включены в сеть. Найти отношение количеств теплоты, выделяющейся в этих проводниках. Решить ту же задачу для параллельного соединения проволок.

### 2. Проверив размерность, докажите, что данная формула не может быть ответом следующей задачи:

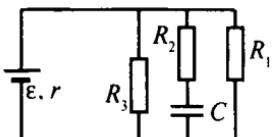


Рис. 1.16

а) Каков заряд пластин конденсатора с емкостью  $C$  в схеме, изображенной на рисунке 1.16? Сопротивлением источника и соединительных проводов пренебречь.

$$\text{Ответ: } q = \frac{C\epsilon R_2}{(R_1 + R_3)^2}$$

б) В цепи, состоящей из источника тока с ЭДС  $\varepsilon = 6$  В и внутренним сопротивлением  $r = 2$  Ом и реостата, идет ток  $I = 0,5$  А. Какой ток  $I_1$  пойдет при уменьшении сопротивления реостата в 3 раза?

Ответ.  $I_1 = 3 \cdot \frac{r + \varepsilon / I}{\varepsilon}$

### 3. Какие физические явления происходят в задаче:

а) Лампочка накаливания, сопротивление нити которой в нагретом состоянии составляет 2900 Ом, помещена в калориметр, содержащий смесь воды со льдом. Через сколько времени количество воды в калориметре увеличится на 15 г, если лампочку включить в сеть с напряжением 220 В?

б) Две проволоки, изготовленные из одного материала с малым температурным коэффициентом сопротивления, подключают к аккумулятору с очень малым внутренним сопротивлением сначала параллельно, а потом – последовательно. При параллельном включении скорость дрейфа свободных носителей заряда в проволоках оказалась одинаковой, а при последовательном она в первой проволоке уменьшилась в 5 раз по сравнению с параллельным включением. Найти отношение диаметров проволок.

### 4. Какие физические величины необходимо будет взять из таблиц для решения следующих задач:

а) Лампочка накаливания, сопротивление нити которой в нагретом состоянии составляет 2900 Ом, помещена в калориметр, содержащий смесь воды со льдом. Через сколько времени количество воды в калориметре увеличится на 15 г, если лампочку включить в сеть с напряжением 220 В?

б) Железная и медная проволоки, равные по длине и сечению, соединены последовательно и включены в сеть. Найти отношение количеств теплоты, выделяющейся в этих прово-

дниках. Решить ту же задачу для параллельного соединения проволок.

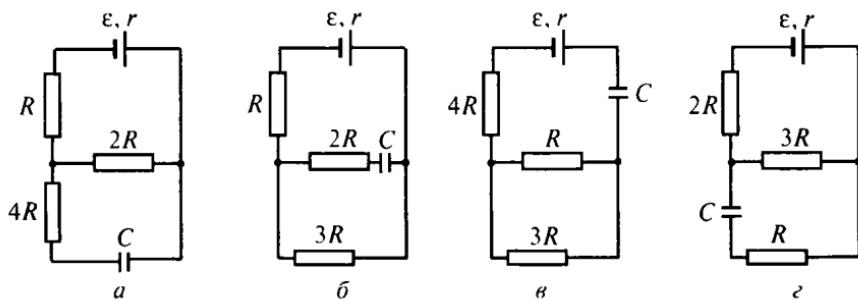


Рис. 1.17

## ВАРИАНТ 1

1. Как изменится мощность электрической плитки, если ее спираль укоротить в два раза?
2. В проводнике сопротивлением 2 Ом, подключенном к элементу с ЭДС 1,1 В, идет ток 0,5 А. Какова сила тока при коротком замыкании элемента?
3. В электрочайнике с двумя нагревателями необходимо нагреть 2 л воды от комнатной температуры  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  до кипения. Каждый из нагревателей, включенный в электросеть отдельно, выделяет мощность  $P_1 = 250$  Вт. Через сколько времени закипит вода, если воду подогревать двумя нагревателями, включенными в одну и ту же сеть а) последовательно; б) параллельно? КПД чайника 80%.
4. Найдите энергию конденсатора и модуль заряда на одной из его обкладок на рис. 1.17 а.

## ВАРИАНТ 2

1. Как изменится мощность электроутюга, если для изготовления его спирали взять проволоку в два раза тоньше?
2. При подключении к батарее гальванических элементов сопротивления 16 Ом сила тока в цепи была 1 А, а при подключ-

чении сопротивления 8 Ом сила тока стала 1,8 А. Найти ЭДС батареи и ее внутреннее сопротивление.

3. В электрочайнике с двумя нагревателями необходимо нагреть 1,5 л воды от комнатной температуры  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  до кипения. Один из нагревателей, включенный в электросеть отдельно, выделяет мощность  $P_1 = 200$  Вт, а другой –  $P_2 = 400$  Вт. Через сколько времени закипит вода, если воду подогревать двумя нагревателями,ключенными в одну и ту же сеть а) последовательно; б) параллельно? КПД чайника 80 %.

4. Найдите энергию конденсатора и модуль заряда на одной из его обкладок на рис. 1.17 б.

### ВАРИАНТ 3

1. Как изменится величина силы тока и направление тока при коротком замыкании, если внутреннее сопротивление источника тока увеличить на 10 %?

2. При подключении к источнику тока резистора с электрическим сопротивлением 2 Ом сила тока в электрической цепи была равна 2 А. При подключении к источнику тока резистора с электрическим сопротивлением 1 Ом сила тока в цепи – 3 А. Чему равно внутреннее сопротивление источника и его ЭДС?

3. В электрочайник мощностью 1,5 кВт налили 1 л воды при температуре  $20^\circ\text{C}$  и включили в сеть. Чайник был неисправен, и когда вода закипела, он не выключился автоматически. Сколько воды останется в чайнике через 20 мин после включения, если КПД чайника 75 %?

4. Найдите энергию конденсатора и модуль заряда на одной из его обкладок на рис. 1.17 в.

### ВАРИАНТ 4

1. Из-за испарения и распыления материала с поверхности нити накала лампы со временем нить становится тоньше. Как это отражается на потребляемой мощности?

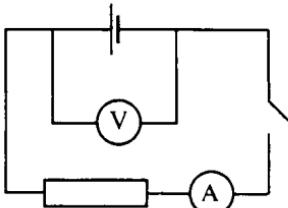


Рис. 1.18

2. Для измерения ЭДС и внутреннего сопротивления собрана схема (рис. 1.18). При замкнутом ключе идеальный вольтметр показал 5 В, а амперметр 1 А. После размыкания ключа вольтметр показал 6 В. Чему равны ЭДС источника и его внутреннее сопротивление?

3. В электрочайнике имеется две секции. Если их включить параллельно, то вода закипит за 10 мин, а если последовательно – то за 40 мин. За какое время закипит чайник, если включить одну секцию? Условия нагревания во всех случаях одинаковые.

4. Найдите энергию конденсатора и модуль заряда на одной из его обкладок на рис. 1.17 г.

## 2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. СИЛЫ АМПЕРА, ЛОРЕНЦА. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ.

### 2A. РАЗОБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

**2A. 1.** По горизонтально расположенному проводнику длиной 10 см и массой 5 г течет ток силой 10 А. Найти модуль и направление индукции магнитного поля, в которое нужно поместить проводник, чтобы сила тяжести уравновесилась силой Ампера.

В задаче рассматривается действие магнитного поля на проводник с током и движение тела (проводника) под действием нескольких сил, т.к. кроме силы Ампера на проводник действует сила тяжести. Точнее, конечно, не движение, а состояние покоя.

По-видимому, дело происходит недалеко от поверхности Земли, иначе в задаче были бы дополнительные данные для нахождения силы тяжести.

Таким образом, у нас есть проводник с током, магнитное поле и Земля.

Со стороны магнитного поля на проводник с током действует сила Ампера, а со стороны Земли – сила тяжести. Другие силы на проводник не действуют (их нет в условии). По условию задачи сила Ампера и сила тяжести равны по величине и противоположны по направлению («уравновешиваются»). Это дает нам возможность найти некоторые сведения об индукции магнитного поля.

Решение.

Дано:	СИ:
$I = 10 \text{ А}$	
$L = 10 \text{ см}$	$0,1 \text{ м}$
$m = 5 \text{ г}$	$0,005 \text{ кг}$
$B - ?$	

Модуль силы Ампера ( $F_A$ ) равен произведению силы тока, длины проводника, индукции магнитного поля и синуса угла между направлением силы тока и вектором магнитной индукции:  $F_A = BIL \sin\alpha$ .

Казалось бы, просто определим величину индукции магнитного поля из равенства по величине силы Ампера и силы тяжести:

$$F_A = BIL \sin\alpha = mg;$$

Но в этой формуле есть неизвестный нам угол  $\alpha$  между направлением силы тока и искомой магнитной индукцией. Две неизвестные величины (индукция магнитного поля и угол), а уравнение одно. Что же делать?

Нужно воспользоваться принципом суперпозиции!

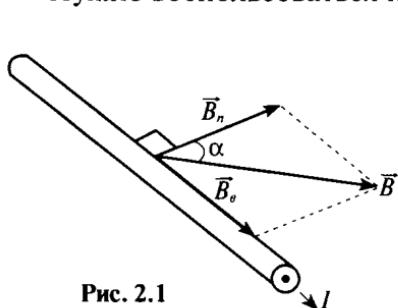


Рис. 2.1

Разложим искомое поле  $\vec{B}$  на две составляющие (рис. 2.1): вдоль нашего проводника ( $\vec{B}_\parallel$ ) и перпендикулярно ему ( $\vec{B}_\perp$ ):

$$\vec{B} = \vec{B}_\parallel + \vec{B}_\perp.$$

Учтем, что угол между направлением тока и  $\vec{B}_\parallel$  равен нулю, а угол между направлением тока и  $\vec{B}_\perp$  равен  $90^\circ$ . Поэтому продольная составляющая индукции магнитного поля на этот проводник не действует, какой бы большой или маленькой она ни была, т.к. сила Ампера пропорциональна в данном случае  $\sin 0^\circ = 0$ . Силу Ампера создает только перпендикулярная проводнику компонента индукции магнитного поля, которую и можно определить из условия равновесия сил:

$$B_\perp IL = mg;$$

$$B_\perp = \frac{mg}{IL} = \frac{0,005 \cdot 10}{10 \cdot 0,1} = 0,05 \text{ (Тл);}$$

Направление этой составляющей определяется правилом левой руки, т.к. нам известно направление силы Ампера и силы тока (на рис. 2.2 сила тока в проводнике направлена на нас):

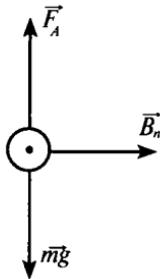


Рис. 2.2

Как же быть с продольной составляющей? Ее в условиях задачи неоткуда взять: она никак не влияет на проводник с током! Поэтому нельзя дать ответ на вопрос, поставленный в задаче: определить величину и направление индукции магнитного поля. Ответов будет бесконечно много, т.к. одну составляющую знаем точно, а вторая (направленная вдоль проводника) может быть любая. Это типичный пример некорректного условия. Видимо, автор задачи имел в виду минимальное значение индукции магнитного поля, при котором уравновешиваются сила тяжести и сила Ампера. Минимальной она будет, когда продольная составляющая равна нулю.

Ответ. Минимальное значение индукции магнитного поля:  $B = 0,05$  Тл, направлена она горизонтально (рис. 2.2).

**2А. 2.** Самолет летит горизонтально со скоростью 1500 км/ч. Найдите разность потенциалов, возникающую между концами его крыльев, если модуль вертикальной составляющей магнитной индукции земного магнитного поля  $5 \cdot 10^{-5}$  Тл, а размах крыльев составляет 10 м (это, приблизительно, размах крыла истребителя: у СУ-15 – 8,6 м).

В задачах такого типа несколько экзотические объекты, описываемые в тексте («самолет», а не просто некоторое тело, «разность потенциалов между концами крыльев», а не концами проводника и т.п.), маскируют простую физическую суть происходящего явления и предполагаемые ограничения.

*Во-первых*, в задаче не сказано, но подразумевается, что вертикальная составляющая магнитной индукции земного магнитного поля постоянна. Вычислительные задачи в школе на движение в переменном магнитном поле решить, скорее всего, не представляется возможным.

*Во-вторых*, в задаче не сказано, какой именно самолет летит. Не ясно, из какого материала он сделан. Хотя, судя по скорости движения, это не один из первых фанерных самолетов (скорость больше скорости звука в воздухе). Но, может быть, это суперсовременный самолет из диэлектрических материалов, сделанный для того, чтобы его, скажем, «не видели» радары. При движении диэлектрика в магнитном поле никакой разницы потенциалов между его концами не возникнет. В этом случае ответ у задачи – ноль вольт.

Но, скорее всего, авторы задачи имели в виду «традиционный» цельнометаллический самолет. Металл, в отличие от диэлектрика, имеет внутри много свободных электронов и посему является проводником электрического тока.

Таким образом, в задаче рассматривается движение проводника в постоянном магнитном поле, при чем проводник (крылья самолета), скорость его движения и вектор магнитной индукции взаимно перпендикулярны, что отчасти упрощает задачу.

### Решение.

Дано:	СИ:
$L = 10 \text{ м}$	
$B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$	
$v = 1500 \text{ км/ч}$	$417 \text{ м/с}$
$\Delta U - ?$	

Пренебрежем конструктивными особенностями самолета, будем рассматривать его как прямолинейный тонкий проводник ( $MN$  – размах крыльев на рис. 2.3).

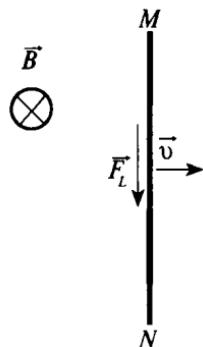


Рис. 2.3

Свободные электроны проводника движутся вместе с ним в магнитном поле. На них со стороны магнитного поля действует сила Лоренца. Ее направление находим по правилу левой руки (см. рис. 2.3) с учетом отрицательного знака заряда электронов. Электроны под действием силы Лоренца движутся внутри проводника к одному из его концов (к точке  $N$  на рис. 2.3). Движутся они до тех пор, пока их там не накопится так много, что электрические силы отталкивания уравновесят силу Лоренца. Направленное движение электронов в проводнике прекратится, а проводник будет дальше лететь, имея разность потенциалов между точками  $M$  и  $N$ , которую нам и надо найти.

Конечно, у электронов есть еще и тепловая скорость внутри проводника. Эта скорость направлена хаотически, и так же хаотически должна быть направлена и сила Лоренца, действующая на разные электроны. Поэтому сила Лоренца на рис. 2.3 – это только часть полной силы Лоренца, связанная с направленным движением электронов. Средняя тепловая скорость электронов равна нулю, поэтому действие той части силы Лоренца, которая обусловлена тепловой скоростью, тоже в среднем равно нулю. Поэтому мы ее и не рассматриваем, как будто тепловой скорости у электронов вообще нет.

Обозначим разность потенциалов между концами проводника  $\Delta U$ . Тогда электрическое поле внутри проводника  $E = \Delta U/L$ . Электрическое поле должно быть однородным, так как сила

Лоренца всюду внутри проводника одинакова, а ее-то и нужно уравновешивать.

Модуль силы, действующая на один электрон со стороны электрического поля:

$$F_E = eE = \frac{e\Delta U}{L}, \text{ где } e - \text{заряд электрона};$$

Модуль силы Лоренца:

$$F_L = evB;$$

Модули этих сил равны, что и дает нам возможность найти разность потенциалов:

$$\frac{e\Delta U}{L} = evB \rightarrow \Delta U = vBL.$$

Вычислим:

$$\Delta U = 417 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 10 = 2085 \cdot 10^{-5} \approx 0,02 \text{ (В)}$$

Это немного: скорее всего, не влияет на показания приборов ☺.

Ответ:  $\Delta U \approx 0,02 \text{ В}$

**2А. 3. В однородном магнитном поле находится плоский виток площадью  $S = 10 \text{ см}^2$ , расположенный перпендикулярно силовым линиям. Сопротивление витка  $R = 1 \text{ Ом}$ . Какой ток потечет по витку, если поле будет убывать с постоянной скоростью  $10^{-2} \text{ Тл в секунду}$ ?**

В задаче рассматривается явление электромагнитной индукции и электрическая цепь с активным сопротивлением.

Виток находится в магнитном поле, значит, его пронизывает магнитный поток. При изменении магнитного поля и при неизменном витке изменяется магнитный поток через виток, что является условием того, чтобы происходило явление электромагнитной индукции. Согласно закону электромагнитной индукции в витке появляется ЭДС индукции.

Получается простейшая электрическая цепь, состоящая из ЭДС и активного сопротивления. Сила тока в ней определяется законом Ома для полной цепи, только внутреннее сопротивление источника равно нулю за отсутствием такового.

Решение.

Дано:	СИ:	ЭДС индукции $\epsilon$ (без учета знака, который сейчас не важен, поскольку нас интересует лишь величина):
$S = 10 \text{ см}^2$	$0,001 \text{ м}^2$	$\epsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BS)}{\Delta t}$ ;
$R = 1 \text{ Ом}$		где учтено, что виток перпендикулярен силовым линиям, поэтому $\Phi = BS$ . Поскольку площадь витка и его положение относительно поля не изменяются, то:
$\Delta B / \Delta t = 10^{-2} \text{ Тл/с}$		
$I - ?$		

$$\epsilon = \frac{\Delta(BS)}{\Delta t} = S \frac{\Delta B}{\Delta t};$$

$$\text{Закон Ома: } I = \frac{\epsilon}{R};$$

$$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{S}{R} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0,001}{1} \cdot 10^{-2} = 10^{-5} \text{ (A)}$$

Ответ:  $I = 10^{-5} \text{ А.}$

**2А. 4.** Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией  $4 \text{ мТл}$ . Найти период обращения электрона.

В задаче рассматривается движение заряженной частицы под действием магнитного поля.

Электрон – это отрицательно заряженная частица. На него в магнитном поле действует сила Лоренца, которая пропор-

циональна синусу угла между скоростью заряженной частицы и силовыми линиями магнитного поля. Таким образом, если электрон летит вдоль силовых линий магнитного поля, то период обращения его найти невозможно, т.к. он движется по прямой. В этом случае сила Лоренца равна нулю, а других сил, согласно условию задачи, нет: по первому закону Ньютона тело (электрон) будет сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. (С математической точки зрения — величина периода равна бесконечности.)

Значит, в задаче неявно предполагается, что электрон летит под некоторым углом к силовым линиям поля, т.е. у него есть компонента скорости, перпендикулярная силовым линиям.

### Решение.

Дано:	СИ:
$B = 4 \text{ мТл}$	$4 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$
$T = ?$	

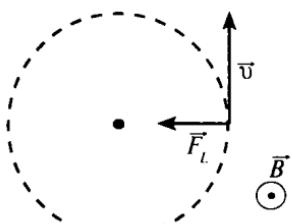


Рис. 2.4

Пусть электрон имеет скорость  $v$ , перпендикулярную силовым линиям магнитного поля (рис. 2.4). В этом случае на него действует сила Лоренца, которая всегда направлена перпендикулярно его скорости, и по модулю равна  $F_L = evB$ ;

Поскольку других сил на электрон не действует (про них в условии не говорится), то и ускорение, согласно второму закону Ньютона, тоже будет перпендикулярно скорости. Такое направление ускорения мы встречали при рассмотрении движения точки по окружности и называли это ускорение центростремительным.

Таким образом, ускорение, создаваемое силой Лоренца, есть центростремительное ускорение  $a_{u.c.}$ :

$$\frac{F_L}{m} = a_{u.c.};$$

А центростремительное ускорение связано со скоростью частицы  $v$  и радиусом окружности  $R$ , по которой она движется, согласно уравнению кинематики равномерного движения по окружности:

$$a_{\text{ц.с.}} = \frac{v^2}{R}.$$

Теперь у нас достаточно материала для того, чтобы найти период вращения электрона  $T$ . При движении по окружности период вращения — это время, за которое частица проходит путь, равный длине окружности:

$$T = \frac{2\pi R}{v}.$$

Радиус окружности, по которой крутится электрон, найдем из уравнения кинематики, в которое в качестве центростремительного ускорения подставим ускорение, создаваемое силой

$$\text{Лоренца : } R = \frac{v^2}{a_{\text{ц.с.}}} = \frac{v^2}{F_L/m} = \frac{mv^2}{evB} = \frac{mv}{eB}.$$

А теперь найдем период:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{eB} = \frac{2\pi m}{eB}.$$

Как и ожидалось, период от скорости электрона не зависит (ведь она не дана в условии задачи, а это всегда намек: или данных не хватает, или искомая величина от этого параметра не зависит).

### Проверим размерность.

Вспомним, что  $1 \text{ Тесла} = 1 \text{ Н}\cdot\text{A}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ ;  $1 \text{ Ампер} = 1 \text{ Кл}\cdot\text{с}^{-1}$ ; а  $1 \text{ Ньютон} = 1 \text{ кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^{-2}$ . Вот и получается, что

$$1 \text{ Тл} = 1 (\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^{-2}) \cdot (\text{Кл}^{-1}\cdot\text{с}) \cdot \text{м}^{-1} = 1 \text{ кг}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{Кл}^{-1};$$

$$[T] = \frac{[m]}{[e][B]} = \frac{\kappa g}{\text{Кл}\cdot\text{Тл}} = \frac{\kappa g}{\text{Кл}\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{Кл}^{-1}} = c, \text{ как и ожидалось.}$$

Вычислим (заряд и массу электрона берем из справочных таблиц):

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 9,3 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 9,3}{1,6 \cdot 4} \cdot 10^{-9} = 9 \cdot 10^{-9} \text{ с}$$

Ответ.  $T = 9 \cdot 10^{-9}$  с.

**A2. 5.** Кольцо из проволоки диаметром 1 м лежит на столе. Однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,5$  Тл, направленное перпендикулярно плоскости кольца, равномерно убывает до нуля за  $\Delta t = 0,1$  с. Какую работу совершил за это время вихревое электрическое поле в кольце, если его сопротивление  $R = 0,5$  Ом?

В задаче рассматривается явление электромагнитной индукции и работа электрического поля.

Явление электромагнитной индукции описывается законом Фарадея, а работу вихревого электрического поля можно определить, используя закон Джоуля-Ленца.

Конечно, закон Джоуля-Ленца определяет количество теплоты, выделяющейся в электрической цепи, а не работу вихревого электрического поля. Но в данном случае это одно и то же: в электрической цепи работу электрического поля называют работой тока, а работа тока, согласно закону сохранения энергии, равна количеству выделившейся теплоты.

План решения: 1) найти ЭДС индукции, возникающую в кольце; 2) определить силу тока в кольце; 3) найти работу вихревого электрического поля.

Решение.

Дано:

$d = 1$  м

$B_0 = 0,5$  Тл

$B_1 = 0$  Тл

$\Delta t = 0,1$  с

$R = 0,5$  Ом

$A - ?$

1) ЭДС индукции, согласно закону Фарадея (без учета знака):

$$\varepsilon = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\Phi_1 - \Phi_0}{\Delta t} \right| = \left| \frac{B_1 S - B_0 S}{\Delta t} \right| = \left| \frac{B_1 - B_0}{\Delta t} \right| \cdot S,$$

где мы учли, что поле перпендикулярно плоскости кольца;  $S$  – площадь кольца:

$S = \frac{\pi d^2}{4}$ ,  $B_0$  – начальное значение поля;  $B_1$  – конечное значение поля. С учетом того, что  $B_1 = 0$  (поле уменьшилось до нуля):

$$\varepsilon = \frac{B_0}{\Delta t} \cdot \frac{\pi d^2}{4}.$$

2) Сила тока в кольце определяется законом Ома для полной цепи. Но «внутреннее сопротивление источника тока» в данном случае равно нулю, т.к. такого источника в цепи нет:

$$I = \frac{\varepsilon}{R};$$

3) Работу вихревого электрического поля определяем по закону Джоуля-Ленца:

$$A = I^2 R \Delta t = \left( \frac{\varepsilon}{R} \right)^2 R \Delta t = \frac{\varepsilon^2}{R} \Delta t = \left( \frac{B_0}{\Delta t} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \right)^2 \cdot \frac{1}{R} \Delta t = \frac{\pi^2}{16 R \Delta t} \cdot B_0^2 d^4;$$

Вычислим:

$$A = \frac{3,14^2}{16 \cdot 0,5 \cdot 0,1} \cdot 0,5^2 \cdot 1^4 = \frac{3,14^2}{1,6} \cdot 0,5 = 3,08 \text{ (Дж)}$$

Ответ.  $A = 3,08$  Дж.

A2. 6. На непроводящей горизонтальной поверхности стола лежит проводящая жесткая рамка из однородной тонкой проволоки, согнутой в виде равностороннего треугольника  $ADC$  со стороной, равной  $a$ . Рамка, по которой течет ток  $I$ , находится в однородном горизонтальном магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен стороне  $CD$  (рис. 2.5). Каким должен быть модуль индукции магнитного поля, чтобы рамка начала поворачиваться вокруг стороны  $CD$ , если масса рамки  $M$ ?

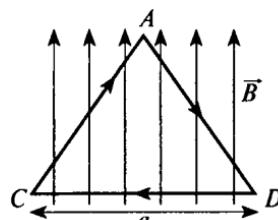


Рис. 2.5

В задаче рассматривается проводник с током, находящийся в магнитном поле и в поле силы тяжести (раз дана масса рам-

ки). Проводник лежит на горизонтальном непроводящем столе. «Непроводящий» добавлено для того, чтобы стол не участвовал в явлениях, связанных с электрическим током.

Со стороны магнитного поля на рамку действует сила Ампера (причем на каждую сторону она действует по-разному, так как сила тока, текущая по сторонам рамки, ориентирована по отношению к магнитному полю под разными углами). Кроме того, действует сила тяжести и сила реакции опоры со стороны стола.

### Решение.

Определим, как направлена сила Ампера, действующая на

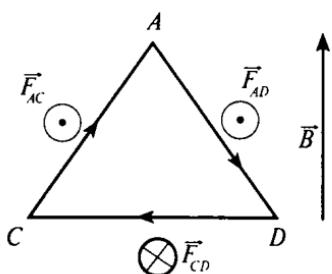


Рис. 2.6

таким образом, возможен поворот рамки относительно стороны  $CD$ .

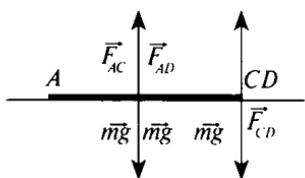


Рис. 2.7

каждую сторону рамки, используя правило левой руки. Смотрим на рамку сверху (рис. 2.6).

Сила Ампера, действующая на сторону  $CD$ , прижимает ее к столу, т.е. действует «заодно» с силой тяжести, а силы Ампера, действующие на стороны  $AC$  и  $AD$  стремятся оторвать их от стола, действуя в сторону, противоположную силе тяжести.

Рамка начнет поворачиваться, когда силы Ампера, действующие на стороны  $AC$  и  $AD$ , станут равны силе тяжести, действующей на эти стороны.

Вот та же рамка (рис. 2.7), вид сбоку (точки  $C$  и  $D$  совместились, буквой  $m$  обозначим массу одной стороны,  $m = M/3$ ):

Силы тяжести и силы Ампера можно считать приложенными к серединам сторон. В момент, когда рамка начинает поворачиваться, силы реакции опоры не действуют на сторо-

ны  $AC$  и  $AD$ , на них действуют только силы тяжести и силы Ампера.

Для определения величины силы Ампера нам нужно будет определить угол между направлением тока и направлением вектора магнитной индукции. Здесь нам поможет то, что рамка является равносторонним треугольником, все углы которого равны  $60^\circ$ , а индукция магнитного поля направлена перпендикулярно  $CD$  и, значит, параллельна биссектрисе угла  $A$  (рис. 2.8).

Поэтому угол между током в стороне  $AC$  и вектором  $\vec{B}$ :  $\alpha = 30^\circ$ , а угол между током в стороне  $AD$  и  $\vec{B}$ :  $\beta = 150^\circ$ .

Сила Ампера, действующая на сторону  $AC$ :

$$F_{AC} = IaB \sin\alpha = IaB \sin 30^\circ = \frac{1}{2} IaB;$$

Сила Ампера, действующая на сторону  $AD$  (используем формулу приведения для синуса):

$$F_{AD} = IaB \sin\beta = IaB \sin 150^\circ = IaB \sin(180^\circ - 30^\circ) = IaB \sin 30^\circ = \frac{1}{2} IaB;$$

Условие начала поворота:

$$F_{AC} + F_{AD} = 2mg \text{ или } IaB = 2mg.$$

$$\text{Поскольку } m = M/3, \text{ то } IaB = \frac{2Mg}{3} \rightarrow B = \frac{2Mg}{3aI}.$$

И размерность правильная получилась:

$$[B] = \frac{[M][g]}{[a][I]} = \frac{\kappa g \cdot m \cdot c^{-2}}{m \cdot A} = \frac{H}{m \cdot A} = Tl$$

$$\underline{\text{Ответ. }} B = \frac{2Mg}{3aI}$$

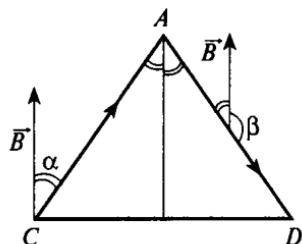


Рис. 2.8

**2A. 7. По проволочному кольцу радиуса  $r = 5$  см, подвешенному на двух гибких проводниках, течет ток  $I = 1$  А. Кольцо помещено в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 10^{-5}$  Тл, силовые линии которого горизонтальны. С какой силой будет растянуто кольцо?**

В задаче рассматривается проводник с током в однородном магнитном поле и равновесие тела (кольца) под действием нескольких сил.

Решение.

Дано:	СИ
$r = 5$ см	0,05 м
$I = 1$ А	
$B = 10^{-5}$ Тл	
$T - ?$	

Со стороны магнитного поля на проводник с током действует ровно одна сила — сила Ампера. Мы знаем, как эта сила действует на прямолинейный проводник. Значит, придется кольцо разбивать на маленькие примерно прямолинейные участки.

Давайте разберемся, как расположено кольцо относительно силовых линий магнитного поля. Пусть кольцо горизонтально (рис. 2.9).

Тогда на кусочки, расположенные в точках  $a$  и  $b$ , сила Ампера действовать не будет (ток параллелен индукции магнитного поля), а в точках  $v$  и  $z$  силы Ампера направлены противоположно и будут поворачивать кольцо! Поворачивать до тех пор, пока его плоскость станет перпендикулярной силовым линиям и ток в кольце будет образовывать с магнитным полем «правый винт» (рис. 2.10).

Тогда сила Ампера на любой элементик кольца будет направлена от центра! Но раз кольцо не разрывается, то силы

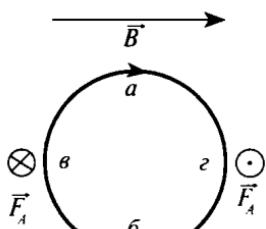


Рис. 2.9

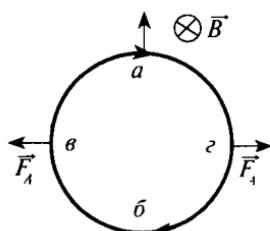


Рис. 2.10

упругости внутри кольца компенсируют это действие магнитного поля. Рассмотрим малый элемент кольца с угловым размером  $\alpha$  (рис. 2.11).

На него действует сила Ампера, перпендикулярная ему, и силы упругости  $T$ , приложенные к концам элемента и направленные по касательной. Силы упругости, которые и стремятся разорвать кольцо, слева и справа одинаковы в силу симметрии.

Кольцо неподвижно, это значит, что сумма всех сил, действующих на него, равна нулю, согласно законам динамики.

Выберем направление осей  $x$  и  $y$  как показано на рисунке 2.11. Сумма проекций сил на любую ось тоже должна быть равна нулю.

Поскольку угол  $\alpha$  мал, то в проекции на ось  $y$ :

$$F_A - 2T \sin \frac{\alpha}{2} = 0 \text{ или } F_A - 2T \frac{\alpha}{2} = 0 \rightarrow T = \frac{F_A}{\alpha}$$

Сила Ампера (считаем дугу отрезком из-за малости угла)

$$F_A = IB\Delta l = IBr\alpha, \text{ где учтено, что длина дуги } \Delta l = r\alpha.$$

Т.о., сила, растягивающая кольцо,

$$T = \frac{F_A}{\alpha} = \frac{IBr\alpha}{\alpha} = IBr.$$

Проверим размерность:

$$[T] = [I][B][r] = A \cdot Tl \cdot m = A \cdot H \cdot A^{-1} \cdot m^{-1} \cdot m = H.$$

$$\text{Вычислим: } T = 1 \cdot 10^{-5} \cdot 0,05 = 5 \cdot 10^{-7} (\text{Н}).$$

Заметим, что мы не учли силу тяжести. Но в условиях задачи нет массы кольца или каких-либо данных, позволяющих ее найти...

Ответ.  $T = 5 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$

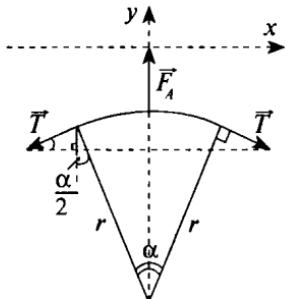


Рис. 2.11

**2A. 8.** С какой угловой скоростью надо вращать прямой проводник вокруг одного из его концов в однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной к силовым линиям поля, чтобы в проводнике возникла ЭДС, равная 0,3 В? Длина проводника 20 см, индукция магнитного поля  $B = 3$  мТл.

В задаче рассматривается движение проводника в однородном магнитном поле. При таком движении на концах проводника возникает разность потенциалов благодаря действию силы Лоренца на свободные электроны проводника (см. задачу 2A. 2). Трудность только в том, что проводник движется не поступательно, а вращается. Эта разность потенциалов и есть ЭДС.

Решение.

Дано:	СИ:
$\epsilon = 0,3$ В	0,2 м
$L = 20$ см	0,003 Тл
$B = 3$ мТл	
$w - ?$	

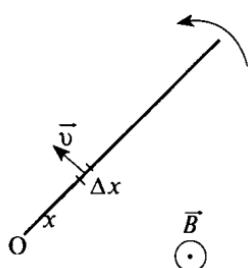


Рис. 2.12

Проводник, вектор индукции магнитного поля и линейная скорость любой точки проводника взаимно перпендикулярны (вектор  $\vec{B}$  перпендикулярен плоскости, в которой находится проводник, поэтому он перпендикулярен любой прямой, лежащей в этой плоскости), см. рис. 2.12.

Мы видели (задача 2A. 2), что если проводник длиной  $\Delta x$  движется со скоростью  $v$  перпендикулярно линиям индукции магнитного поля  $B$  и сам он тоже перпендикулярен скорости и магнитному полю, то на его концах появляется ЭДС индукции  $\Delta \epsilon = vB\Delta x$ . Линейная скорость кусочка проводника  $v$  возрастает при удалении от центра вращения  $O$ .

Разобьем наш стержень на такие маленькие кусочки  $\Delta x$ , что линейную скорость можно считать почти неизменной для всех точек кусочка. Кусочки все как бы соединены последовательно.

Поэтому ЭДС на концах проводника складывается из ЭДС этих кусочков.

Скорость кусочка, находящегося на расстоянии  $x$  от точки  $O$ , согласно уравнениям кинематики равномерного движения по окружности:  $v = wx$ , где  $w$  — угловая скорость вращения проводника.

Итак, на кусочке создается ЭДС

$$\Delta\epsilon = wBx\Delta x.$$

Полную ЭДС найдем, суммируя ЭДС кусочков:

$$\epsilon = \sum \Delta\epsilon = \sum wBx\Delta x = wB \sum x\Delta x;$$

При достаточно мелких кусочках сумму можно заменить интегралом:

$$\epsilon = wB \int_0^L x dx = wB \left( \frac{x^2}{2} \right)_0^L = \frac{1}{2} wBL^2.$$

Теперь можно определить скорость вращения:

$$w = \frac{2\epsilon}{BL^2}.$$

Проверим размерность (используем  $1 \text{ В/м} = 1 \text{ Н/Кл}$  и  $1 \text{ А} = 1 \text{ Кл/с}$ )

$$[w] = \frac{[\epsilon]}{[B][L]^2} = \frac{B}{T\cdot m^2} = \frac{B}{(H \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}) \cdot m^2} = \frac{B}{H \cdot A^{-1} \cdot m} = \frac{H}{H \cdot A^{-1} \cdot Kt} = \frac{1}{c};$$

Вычислим:

$$w = \frac{2 \cdot 0,3}{0,003 \cdot 0,2^2} = \frac{200}{0,2 \cdot 0,2} = 5000 \text{ с}^{-1}.$$

Ответ.  $w = 5000 \text{ с}^{-1}$ .

**2A. 9. В однородном магнитном поле с индукцией  $B$  находится сверхпроводящее кольцо радиуса  $r$ . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости кольца. Тока в кольце нет. Найти магнитный поток, пронизывающий кольцо после того, как магнитное поле будет выключено.**

*Решение.*

Казалось бы, стандартная задача. Происходит явление электромагнитной индукции: уменьшается магнитный поток через кольцо при выключении магнитного поля и появляется ЭДС индукции, а вместе с ней электрический ток в кольце. Этот ток, как и всякий другой, создает вокруг себя магнитное поле. Поток магнитного поля кольца через «себя самого» и надо вычислить... Но «честно» вычислить этот поток трудно: во-первых, мы «не проходили», чему же равно магнитное поле кольца, а, во-вторых, оно явно неоднородное...

Значит, что-то мы должны привлечь из условия задачи, что поможет нам обойти вычислительные трудности.

Это кольцо — сверхпроводящее, его сопротивление равно нулю. Это означает, что для поддержания тока в кольце не нужна никакая ЭДС. Вспомним, что такое ЭДС: это работа по перемещению единичного заряда. Если сопротивления нет, то работу для перемещения заряда совершать не надо. Как же так: ток есть, а ЭДС нет? Вот именно! А то бы, согласно закону Ома, при ненулевой ЭДС получился бы бесконечно большая сила тока. Поэтому столько умов бьются над проблемами сверхпроводимости...

Но вернемся к задаче. Магнитное поле уменьшается, значит, магнитный поток падает и должна появиться ЭДС индукции, что приведет к бесконечно большому току в кольце... Нехорошо! Закон электромагнитной индукции должен действовать, но ЭДС индукции не должна появляться. Когда это бывает? Если магнитный поток через кольцо не изменяется! Вот и решение: ток в кольце создает такой магнитный поток через «себя само-

го», чтобы в сумме с потоком «внешнего» магнитного поля не было бы никаких изменений. Когда внешнее магнитное поле совсем выключат, магнитный поток через кольцо создается только током кольца и равен исходному магнитному потоку, т.е. произведению начальной индукции магнитного поля  $B$  на площадь кольца  $\pi r^2$ .

Ответ.  $\Phi = B \cdot \pi r^2$ .

## 2Б. НАБРОСКИ РЕШЕНИЯ

**2Б. 1.** Рамка, имеющая форму равностороннего треугольника, помещена в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 8 \cdot 10^{-2}$  Тл. Перпендикуляр к плоскости рамки составляет с направлением магнитного поля угол  $\alpha = 30^\circ$ . Определить длину стороны рамки  $a$ , если известно, что среднее значение ЭДС индукции, возникающей в рамке при выключении поля в течение времени  $\Delta t = 0,03$  с, равно 10 мВ.

В условиях задачи происходит явление электромагнитной индукции.

Рамку пронизывает магнитный поток, равный произведению площади рамки на величину индукции магнитного поля и на косинус угла  $\alpha$ .

При выключении поля уменьшается магнитный поток через рамку. ЭДС индукции равна по модулю скорости изменения этого потока.

Если  $S$  – это площадь рамки, то средняя скорость изменения

$$\text{магнитного потока } \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = S \cos \alpha \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = S \cos \alpha \left| \frac{0 - B}{\Delta t} \right| = S \cos \alpha \frac{B}{\Delta t}, \text{ т.к.}$$

магнитное поле уменьшилось до нуля.

Осталось вспомнить формулу для площади равностороннего треугольника  $\odot$ .

**2Б. 2.** Протон движется по круговой орбите радиусом  $R = 5 \cdot 10^{-4}$  м. Чему равна индукция магнитного поля  $B$ , если значение импульса протона  $p = 4,8 \cdot 10^{-24}$  кг·м/с?

В задаче рассматривается движение заряженной частицы в магнитном поле. Частица движется по окружности благодаря действию силы Лоренца. Радиус окружности определяется зарядом и массой частицы, ее скоростью и величиной магнитного поля (см. задачу 2А. 3).

Скорость частицы можно найти, зная ее импульс и используя уравнения кинематики. Только проверить, надо ли учитывать релятивистские эффекты (близка ли полученная скорость к скорости света?)

А может быть, скорость для решения задачи и не нужна?

**2Б. 3.** Плоская замкнутая рамка из одного витка провода, охватывающая прямоугольник площадью  $S = 0,02$  м<sup>2</sup>, лежит на горизонтальной плоскости в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией  $B = 1,5$  мТл. Какой заряд протечет по рамке, если ее повернуть на  $180^\circ$  вокруг одной из сторон? Сопротивление рамки  $R = 0,15$  Ом.

В задаче рассматривается явление электромагнитной индукции и электрическая цепь.

При повороте рамки изменяется магнитный поток через рамку и появляется ЭДС индукции, которая, в свою очередь, создает ток в рамке. Сила тока определяет количество заряда, проходящее по цепи в единицу времени.

В начале угол между нормалью к рамке и магнитным полем составляет  $0^\circ$ , а после поворота  $-180^\circ$ .

Таким образом, план решения представляется следующим:  
1) найти ЭДС индукции согласно закону Фарадея при повороте рамки на небольшой угол: от угла  $\alpha_1$  между нормалью и магнитным полем до угла  $\alpha_2 = \alpha_1 + \Delta\alpha$ ,  $\Delta\alpha \ll 1$ ; вы увидите, что ЭДС зависит от разности косинусов углов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ ;  
2) определить силу

тока по закону Ома; 3) найти заряд, протекший за то время, что рамка поворачивалась от угла  $\alpha_1$  до  $\alpha_2$ , опираясь на определение силы тока; 4) найти суммарный заряд, протекший по рамке за все время поворота.

**2Б. 4.** Горизонтально расположенный проводник движется равноускоренно в вертикальном однородном магнитном поле, индукция которого  $B = 1$  Тл и направлена перпендикулярно проводнику и скорости его движения (рис. 2.13). При начальной скорости проводника, равной нулю, и ускорении  $a = 8 \text{ м/с}^2$ , проводник переместился на  $S = 1$  м. ЭДС индукции на концах проводника в конце перемещения  $\epsilon = 6$  В. Какова длина проводника?

В задаче рассматривается движение проводника в магнитном поле (рис. 2.13).

При таком движении (проводник, скорость, магнитное поле взаимноперпендикулярны) возникает ЭДС индукции на концах проводника  $\epsilon = vBL$  в результате действия силы Лоренца на свободные электроны проводника (см. задачу 2А.2).

Трудность только в том, что необходимо вспомнить уравнения кинематики равноускоренного движения и по величине ускорения и пройденному расстоянию определить скорость проводника.

**2Б. 5.** Две частицы, имеющие отношение зарядов  $q_1:q_2 = -2$  и отношение масс  $m_1:m_2 = 4$ , влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно его линиям индукции и движутся по окружностям с отношением радиусов  $R_1:R_2 = 2$ . Определите отношение кинетических энергий  $W_1:W_2$  этих частиц.

В задаче рассматривается движение заряженных частиц в магнитном поле.

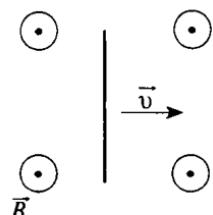


Рис. 2.13

Радиус окружности, которую описывает частица, влетевшая в магнитное поле перпендикулярно его силовым линиям, зависит от заряда, массы и скорости частицы. То, что у одной из частиц отрицательный заряд, не должно смущать: этот знак определяет только направление вращения, а на величину радиуса окружности вращения не влияет.

Таким образом, для определения отношения кинетических энергий частиц, нужно найти отношение их скоростей, т.к. отношение масс уже известно.

Если не учитывать релятивистские эффекты, то этого вполне достаточно.

**2Б. 6.** Какой ток идет через гальванометр, присоединенный к железнодорожным рельсам, когда к нему со скоростью  $v = 60 \text{ км/ч}$  приближается поезд? Сопротивление гальванометра  $R = 100 \Omega$ . Расстояние между рельсами  $L = 1,2 \text{ м}$ . Вертикальная составляющая магнитной индукции земного магнитного поля  $B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$ . Рельсы считать изолированными друг от друга и от земли, сопротивлением рельсов пренебречь.

В задаче рассматривается движение проводника (поезда) в магнитном поле. Поле, проводник (поезд можно рассматривать как перемычку между рельсами) и скорость проводника взаимноперпендикулярны. Рельсы изолированы от земли: это значит, что землю из электрической цепи мы исключаем.

При этом на концах движущегося проводника возникает ЭДС под действием силы Лоренца на свободные электроны; в цепи, состоящей из поезда, рельсов и гальванометра, появляется ток. Если пренебречь сопротивлением рельсов, то ток вычислить легко по закону Ома.

Задачу можно решать и другим способом: гальванометр, рельсы и поезд образуют замкнутый контур, площадь которого уменьшается, когда поезд приближается к гальванометру. Это означает, что уменьшается магнитный поток через контур и появляется ЭДС индукции, согласно закону электромагнитной

индукции. Вычислив ЭДС по закону Фарадея, можно найти и силу тока по закону Ома.

**2Б. 7. Квадратная рамка с током  $I = 0,1$  А помещена в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 1$  мТл так, что две стороны рамки перпендикулярны к направлению силовых линий, а нормаль к плоскости рамки образует с направлением силовых линий угол  $\alpha = 30^\circ$  (рис. 2.14). Длина стороны рамки  $L = 1$  м. Найти момент сил  $M$ , действующий на рамку.**

В задаче рассматриваются проводники с током (стороны рамки), находящиеся в магнитном поле. На них со стороны магнитного поля действует сила Ампера. Направление сил, действующих на каждую сторону, можно найти по правилу левой руки (рис. 2.15).

Становится понятно, что вращающий момент относительно оси  $O_1O_2$  создается только силами Ампера  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  (рис. 2.16 – вид на ту же рамку «сбоку»).

Осталось найти величину сил Ампера и вспомнить формулу для момента силы.

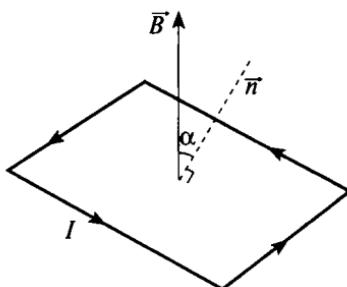


Рис. 2.14

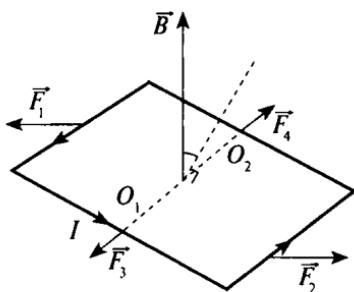


Рис. 2.15

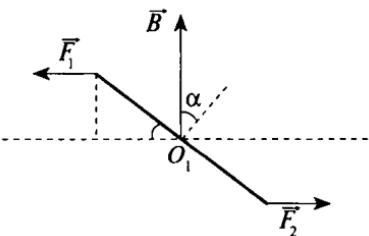


Рис. 2.16

**2Б. 8.** Плоский контур с источником постоянного тока находится во внешнем однородном магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости контура (рис. 2.17). На сколько процентов изменится мощность тока в контуре после того, как поле начнет увеличиваться со скоростью  $0,01 \text{ Тл/с}$ ? Площадь контура  $S = 0,1 \text{ м}^2$ , ЭДС источника  $\epsilon = 10 \text{ мВ}$ .

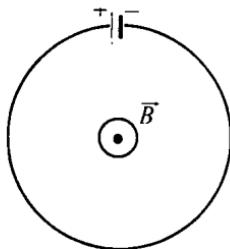


Рис. 2.17

В задаче рассматривается явление электромагнитной индукции. В контуре при изменении магнитного потока возникает ЭДС индукции. Т.о., в контуре оказываются два источника ЭДС. Поэтому изменяется сила тока (находим по закону Ома) и мощность тока (находим по закону Джоуля-Ленца).

Сложность задачи состоит в том, чтобы определить направление индукционного тока: совпадает ли с направлением тока, создаваемого источником или же они противоположны? Ответ на этот вопрос даст правило Ленца.

**2Б. 9.** Тонкий медный проводник массой  $m = 1 \text{ г}$  согнут в виде квадрата и концы его замкнуты. Квадрат помещен в магнитное поле с индукцией  $B = 0,1 \text{ Тл}$  так, что плоскость его перпендикулярна вектору  $\vec{B}$ . Какой заряд  $q$  протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию? Удельное сопротивление  $\rho_{\text{меди}} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ ; плотность  $D_{\text{меди}} = 8930 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

В задаче рассматривается явление электромагнитной индукции и электрическая цепь. Поток вектора магнитной индукции изменяется, т.к. меняется площадь, охватываемая проводником, причем изменяется от некоторой величины до нуля.

При этом в проводнике появляется ЭДС индукции и электрический ток.

Сложность заключается в том, что неизвестны геометрические размеры проводника: его длина  $L$  и поперечное сечение  $s$ . Они необходимы, чтобы вычислить, во-первых, исходную площадь  $S$ , охватываемую проводником  $\left( S = \left( \frac{L}{4} \right)^2 \right)$ , нужную, чтобы найти начальный магнитный поток, и, во-вторых, его сопротивление  $\left( R = \rho_{\text{меди}} \frac{L}{S} \right)$ , чтобы найти силу тока. В задаче дана только масса проводника. Зная массу и плотность, можно определить только объем проводника (это произведение  $L$  и  $s$ ). Это для нас подсказка: видимо, данные задачи так скомпонуются, что ответ будет зависеть только от произведения  $L$  и  $s$ . ☺

План решения: 1) по закону Фарадея найти среднюю ЭДС индукции, возникающую в контуре, предварительно выразив начальную площадь контура; 2) по закону Ома найти силу тока, предварительно определив сопротивление контура; 3) по определению силы тока найти протекший заряд.

**2Б. 10. Алюминиевый брускок прямоугольного сечения, имеющий длину  $L = 0,5$  м и массу  $m = 0,1$  кг скользит вверх по гладкой наклонной плоскости из диэлектрика в вертикальном магнитном поле с индукцией  $B = 1$  Тл. По брускку течет ток  $I = 1,5$  А. Плоскость наклонена к горизонту под углом  $\alpha = 30^\circ$ . Найдите ускорение бруска (рис. 2.18).**

В задаче рассматривается движение тела по наклонной плоскости. На тело (брюскок) действуют силы тяжести, сила реакции опоры со стороны наклонной плоскости и сила Ампера со стороны магнитного поля. Силы трения нет, т.к. на-

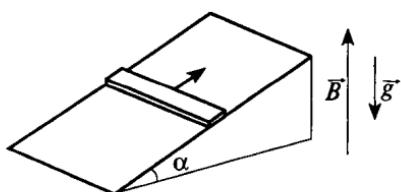


Рис. 2.18

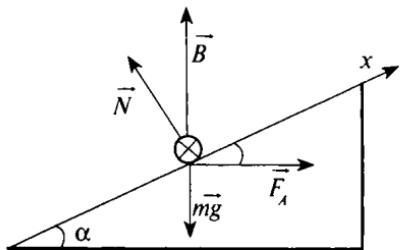


Рис. 2.19

что сила тока и индукция магнитного поля перпендикулярны. Направление силы Ампера находим по правилу левой руки.

Почему мы решили, что ток должен течь «от нас»? Это потому, что бруск, по условию задачи, должен скользить вверх, а вверх его может тянуть только сила Ампера.

Направив ось  $x$  вдоль наклонной плоскости и вверх нее, запишем второй закон Ньютона в проекции на эту ось и найдем ускорение бруска.

## 2В. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

**2В. 1.** Какой магнитный поток пронизывал каждый виток катушки, имеющей  $n = 1000$  витков, если при равномерном исчезновении магнитного поля в течение промежутка времени  $\Delta t = 0,1$  с в катушке индуцируется ЭДС, равная 10 В?

**2В. 2.** Протон и альфа-частица влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно его силовым линиям. Сравнить радиусы окружностей, которые описывают частицы, если у них одинаковы а) скорости; б) энергии.

**2В. 3.** Плоская горизонтальная фигура площадью  $S = 0,1 \text{ м}^2$ , ограниченная проводящим контуром с сопротивлением  $R = 5 \text{ Ом}$ , находится в однородном магнитном поле. Пока проекция вектора магнитной индукции на вертикальную ось  $Oz$

клонная плоскость «гладкая». Так всегда говорится, когда не надо учитывать силу трения.

Сложность задачи состоит в определении направления силы Ампера. Нарисуем вид сбоку на наклонную плоскость (рис. 2.19). Ток в бруске течет от нас. Тогда становится понятно,

медленно и равномерно возрастает от  $B_{1z} = -0,15$  Тл до некоторого конечного значения  $B_{2z}$ , по контуру протекает заряд  $q = 0,008$  Кл. Найдите  $B_{2z}$ .

**2B. 4.** С какой скоростью должен двигаться проводник длиной  $L = 10$  см перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля, индукция которого  $B = 2,5$  мТл, чтобы между концами проводника возникла разность потенциалов, равная  $U = 0,01$  В? Направление скорости проводника с направлением самого проводника составляет угол  $\alpha = 30^\circ$ . Силовые линии все время перпендикулярны проводнику (рис. 2.20).

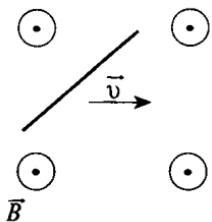


Рис. 2.20

**2B. 5.** Электрон влетел в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 4 \cdot 10^{-3}$  Тл перпендикулярно его силовым линиям, как показано на рисунке 2.21. Через какое минимальное время он снова окажется в точке  $a$ ?

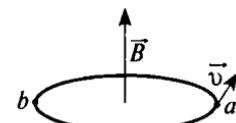


Рис. 2.21

**2B. 6.** По параллельным проводникам  $bc$  и  $ad$ , находящимся в магнитном поле с индукцией  $B$ , со скоростью  $v = 1$  м/с скользит проводящий стержень  $MN$ , который находится в контакте с проводниками (рис. 2.22). Расстояние между проводниками  $L = 20$  см. Между проводниками подключен резистор сопротивлением  $R = 2$  Ом. Сопротивление стержня и проводников пренебрежимо мало. При движении стержня по резистору  $R$  течет ток  $I = 40$  мА. Какова индукция магнитного поля?

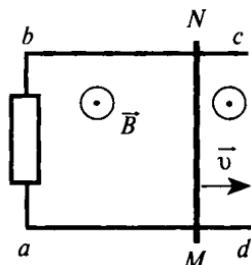


Рис. 2.22

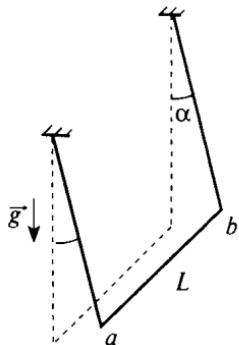


Рис. 2.23

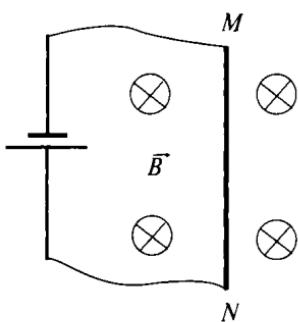


Рис. 2.24

**2B. 7.** Проводник  $ab$  длиной  $L$  и массой  $m$  висит горизонтально на двух тонких проводящих нитях. При прохождении по нему тока  $I$  он отклонился в однородном магнитном поле так, что нити образовали угол  $\alpha$  с вертикалью (рис. 2.23). Какова минимальная величина индукции магнитного поля?

**2B. 8.** Проводник  $MN$  с длиной активной части  $L = 1$  м находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл. Проводник подключен к источнику, ЭДС которого равна  $\varepsilon = 1$  В (рис. 2.24). С какой минимальной скоростью нужно перемещать проводник, чтобы через него не шел ток? Куда направлена эта скорость?

**2B. 9.** Участок проводника длиной  $L = 20$  см находится в магнитном поле индукцией  $B = 50$  мТл. Сила тока в проводнике равна  $I = 5$  А. Какое перемещение совершил проводник в направлении силы Ампера, если работа этой силы равна  $A = 5$  мДж? Проводник расположен под углом  $45^\circ$  к силовым линиям магнитного поля.

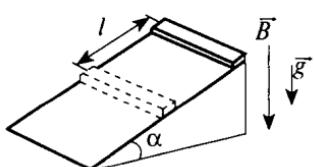


Рис. 2.25

**2B. 10.** Тонкий алюминиевый брускок прямоугольного сечения, имеющий длину  $L = 0,5$  м, соскальзывает из состояния покоя по гладкой наклонной плоскости из диэлектрика в вертикальном магнитном поле индукцией  $B = 0,1$  Тл. Плоскость

наклонена к горизонту под углом  $\alpha = 30^\circ$  (рис. 2.25). Продольная ось бруска при движении сохраняет горизонтальное положение. Найдите величину ЭДС индукции на концах бруска в момент, когда брусок пройдет по наклонной плоскости расстояние  $l = 1,6$  м.

## 2Г. ПРОВЕРКА

### 1. Какая величина является лишней в условии задачи?

а) Протон, пройдя разность потенциалов  $\Delta U = 1000$  В, влетает в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл параллельно его силовым линиям. Какой путь в магнитном поле пройдет протон за время  $t = 1$  мкс?

### 2. Проверив размерность, докажите, что данная формула может являться ответом задачи.

а) Четыре одинаковых проволоки длиной  $L$  каждая, связанные на концах шарнирами, образуют квадрат, помещенный в магнитное поле с индукцией  $B$ , перпендикулярное плоскости квадрата. Сопротивление каждой проволоки равно  $R$ . Какой заряд протечет через гальванометр, соединенный последовательно с одной из проволок, если противоположные вершины квадрата растягивают до тех пор, пока он не превращается в прямой проводник?

$$\text{Ответ. } q = \frac{BL^2}{4R}$$

б) Ион натрия  $Na^+$  влетает в однородное магнитное поле  $B$  со скоростью  $v$  перпендикулярно его силовым линиям. Найдите радиус орбиты иона.

$$\text{Ответ. } r = \frac{mv}{2eB}, \text{ где } m - \text{ масса иона, } e - \text{ величина элементарного заряда.}$$

### **3. Какие физические явления происходят в задаче?**

а) Четыре одинаковых проволоки длиной  $L$  каждая, связанные на концах шарнирами, образуют квадрат, помещенный в магнитное поле с индукцией  $B$ , перпендикулярное плоскости квадрата. Сопротивление каждой проволоки равно  $R$ . Какой заряд протечет через гальванометр, соединенный последовательно с одной из проволок, если противоположные вершины квадрата растягивают до тех пор, пока он не превращается в прямой проводник?

б) В проводнике с длиной активной части 8 см сила тока равна 50 А. Он находится в однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл. Найти совершенную работу, если проводник переместился на 10 см перпендикулярно силовым линиям.

в) Самолет летит горизонтально, держа курс строго на север при сильном западном ветре, имеющем скорость 40 м/с. Скорость самолета относительно воздуха 720 км/ч. Чему равна разность потенциалов между концами крыльев самолета, если размах крыльев составляет 50 м, а вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна  $5 \cdot 10^{-5}$  Тл? Ширина концов крыльев пренебрежимо мала.

г) В сильном однородном горизонтальном магнитном поле с индукцией  $B = 2$  Тл на расстоянии 20 см друг от друга закреплены два тонких вертикальных проводящих стержня. Плоскость, в которой находятся стержни, перпендикулярна индукции магнитного поля. К верхним концам стержней подключена катушка индуктивностью 1 Гн. На стержни надевают тонкую проводящую перемычку массой 40 г и отпускают ее с нулевой начальной скоростью. Перемычка начинает скользить по стержням без нарушения контакта с ними, оставаясь все время горизонтальной. Найти период установившихся колебаний перемычки. Сопротивлением проводов и трением пре-небречь. Индуктивность стержней и перемычки много меньше индуктивности катушки.

#### 4. Какие физические законы нужно применить для решения задачи?

а) За 5 мс в соленоиде, содержащем 500 витков провода, магнитный поток равномерно убывает с 7 до 3 мВб. Найти ЭДС индукции в соленоиде.

б) Определить силу тока в проводниках цепи, изображенной на рисунке 2.26, если индукция однородного магнитного поля перпендикулярна плоскости чертежа и изменяется со временем по закону  $B = kt$ . Сопротивление единицы длины проводников равно  $r$ .

в) В сильном однородном горизонтальном магнитном поле с индукцией  $B = 2$  Тл на расстоянии 20 см друг от друга закреплены два тонких вертикальных проводящих стержня. Плоскость, в которой находятся стержни, перпендикулярна индукции магнитного поля. К верхним концам стержней подключена катушка индуктивностью 1 Гн. На стержни надевают тонкую проводящую перемычку массой 40 г и отпускают ее с нулевой начальной скоростью. Перемычка начинает скользить по стержням без нарушения контакта с ними, оставаясь все время горизонтальной. Найти период установившихся колебаний перемычки. Сопротивлением проводов и трением пре-небречь. Индуктивность стержней и перемычки много меньше индуктивности катушки.

#### 5. Каких данных не хватает для решения задачи (или что авторы неявно предполагают)?

а) Рамку, площадь которой равна  $0,5 \text{ м}^2$ , поместили в однородное магнитное поле, линии индукции которого параллельны плоскости рамки. Когда по рамке пропустили электрический ток 4 А, на нее стал действовать момент сил 12 Н·м. Чему равен модуль вектора индукции магнитного поля?

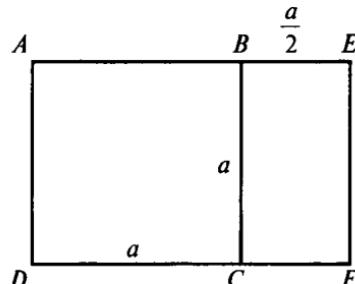
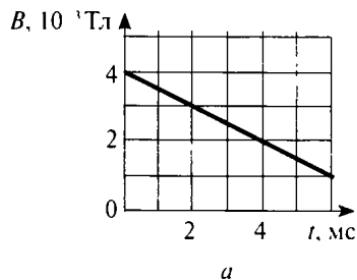


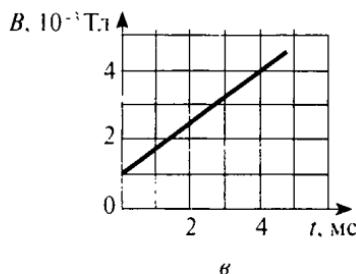
Рис. 2.26

б) В сильном однородном горизонтальном магнитном поле с индукцией  $B = 2$  Тл на расстоянии 20 см друг от друга закреплены два тонких вертикальных проводящих стержня. Плоскость, в которой находятся стержни, перпендикулярна индукции магнитного поля. К верхним концам стержней подключена катушка индуктивностью 1 Гн. На стержни надевают тонкую проводящую перемычку массой 40 г и отпускают ее с нулевой начальной скоростью. Перемычка начинает скользить по стержням без нарушения контакта с ними, оставаясь все время горизонтальной. Найти период установившихся колебаний перемычки. Сопротивлением проводов и трением пренебречь. Индуктивность стержней и перемычки много меньше индуктивности катушки.

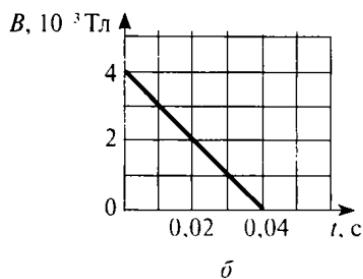
в) Как будет двигаться в магнитном поле электрон, если в начальный момент его скорость составляет угол  $\alpha$  с силовыми линиями поля?



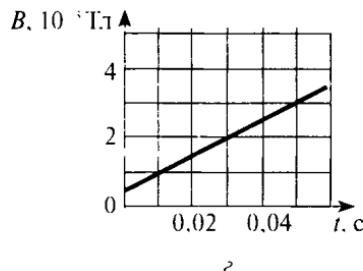
а



в



с



д

Рис. 2.27

## ВАРИАНТ 1

1. Будет ли плотность постоянного тока, текущего по цилиндрическому проводнику, постоянной по всему сечению проводника?

2. Определить импульс  $p$  протона, движущегося в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,015$  Тл по окружности радиусом  $R = 10$  см.

3. В однородном магнитном поле расположен отрезок прямолинейного проводника длиной  $L = 10$  см под углом  $\alpha = 30^\circ$  к направлению силовых линий магнитного поля. По проводнику течет ток  $I = 20$  А. Какова минимальная величина индукции этого магнитного поля, если проводник «парит» в воздухе? Масса проводника  $m = 10$  г. Сопротивлением воздуха пренебречь.

4. Тонкое проводящее кольцо радиусом 10 см находится в магнитном поле, силовые линии которого перпендикулярны плоскости кольца. Сопротивление кольца  $R = 4$  Ом. Величина вектора магнитной индукции изменяется со временем, как показано на рисунке 2.27а. Какое количество тепла выделится в кольце с момента времени  $t_1 = 1$  мс по  $t_2 = 4$  мс?

## ВАРИАНТ 2

1. Громоотвод был соединен с землей круглой медной трубочкой. После удара молнии было обнаружено, что трубочка превратилась в круглый стержень. В чем причина?

2. Определить кинетическую энергию электрона при движении его по окружности радиусом  $R = 0,2$  мм в магнитном поле с индукцией  $B = 0,05$  Тл.

3. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл на двух одинаковых пружинках с жесткостью  $k = 2$  Н/м горизонтально висят проводящий стержень (рис. 2.28). Стержень изолирован от пружинок. Силовые линии магнитного поля го-

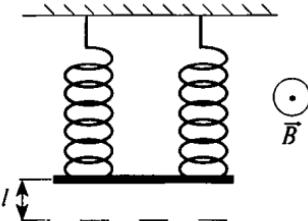


Рис. 2.28

ризонтальны и составляют угол  $\alpha = 90^\circ$  со стержнем. Пружинки растянуты на  $l = 1$  см. Когда по проводнику пропустили ток  $I = 2$  А, деформация пружинок исчезла. Какова длина этого проводника?

4. Тонкое проводящее кольцо радиусом 20 см, содержащее идеальный гальванометр, находится в магнитном поле, силовые линии которого перпендикулярны плоскости кольца. Сопротивление кольца  $R = 6$  Ом. Величина вектора магнитной индукции изменяется со временем, как показано на рисунке 2.27б. Какой заряд протечет через гальванометр с момента времени  $t_1 = 0,01$  по  $t_2 = 0,03$  с?

### ВАРИАНТ 3

1. Может ли не зависящее от времени магнитное поле изменить величину скорости заряженной частицы?

2. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,01$  Тл. Вычислить период  $T$  вращения электрона.

3. В однородном вертикальном магнитном поле с индукцией  $B = 0,2$  Тл расположен отрезок прямолинейного проводника длиной  $L = 20$  см. Проводник лежит на диэлектрической горизонтальной поверхности с коэффициентом трения  $\mu = 0,03$ . Масса проводника  $m = 200$  г. Какой минимальный ток должен течь по проводнику для того, чтобы он пришел в движение?

4. Рамка, выполненная из тонкого проводника, расположена перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля, величина которого изменяется по закону, как на рисунке 2.27в. Площадь рамки составляет  $100 \text{ см}^2$ . Каково сопротивление рамки, если в ней выделяется мощность  $9 \text{ мкВт}$ ?

## ВАРИАНТ 4

1. В каком корпусе быстрее затухают колебания стрелки компаса – в пластмассовом или в латунном?

2. Определить частоту вращения позитрона по круговой орбите в однородном магнитном поле, индукция которого равна  $B = 0,2$  Тл.

3. В однородном вертикальном магнитном поле на гладкой наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha = 30^\circ$  расположен горизонтально отрезок прямолинейного проводника длиной  $L = 20$  см (рис. 2.29). По проводнику течет ток  $I = 10$  А. Какова минимальная величина индукции магнитного поля для того, чтобы проводник не соскальзывал вниз? Масса проводника – 200 г.

4. Рамка, выполненная из тонкого проводника и содержащая идеальный гальванометр, расположена перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля, величина которого изменяется по закону, как на рисунке 2.27 г. Площадь рамки составляет  $200\text{ см}^2$ . Каково сопротивление рамки, если через гальванометр с момента времени  $t_1 = 0,01$  по  $t_2 = 0,02$  с прошел заряд  $4 \cdot 10^{-6}$  Кл?

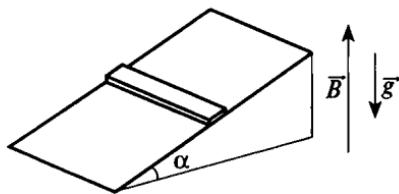


Рис. 2.29

### 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ

#### 3A. РАЗОБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

3A. 1. Простой колебательный контур содержит конденсатор емкостью  $C = 2 \text{ мкФ}$  и катушку индуктивности  $L = 0,02 \text{ Гн}$ . Какой должна быть емкость конденсатора, чтобы циклическая частота колебаний электрической энергии в контуре увеличилась на  $\Delta\omega = 2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ?

В задаче рассматривается колебательный контур. Все величины в нем изменяются по гармоническому закону, в том числе и электрическая энергия.

Решение.

Дано:	СИ
$C = 2 \text{ мкФ}$	$2 \cdot 10^{-6} \Phi$
$L = 0,02 \text{ Гн}$	
$\Delta\omega = 2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$	
$C_1 - ?$	

Определим, с какой частотой изменяется электрическая энергия в колебательном контуре. Циклическая частота свободных колебаний в колебательном контуре:  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ; она определяет, в частности, изменение со временем напряжения  $U$ :

$$U = U_0 \sin \omega t$$

А напряжение определяет электрическую энергию, т.к. электрическая энергия в контуре – это энергия конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2};$$

Подставим значение напряжения и используем формулу для синуса половинного угла ( $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ ):

$$W = \frac{CU_0^2}{2} \sin^2 \omega t = \frac{CU_0^2}{2} \cdot \left( \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right);$$

$$W = \frac{CU_0^2}{4} - \frac{CU_0^2}{4} \cos 2\omega t.$$

Отсюда следует, что энергия изменяется с частотой  $\omega_E = 2\omega$ .

Обозначим исходную частоту:  $\omega_{E0} = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ ; конечную частоту:  $\omega_{E1} = \frac{2}{\sqrt{LC_1}}$ .

По условию, частота увеличилась на  $\Delta\omega = \omega_{E1} - \omega_{E0}$ :

$$\Delta\omega = \frac{2}{\sqrt{LC_1}} - \frac{2}{\sqrt{LC}}; \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{LC_1}} = \Delta\omega + \frac{2}{\sqrt{LC}}; \Rightarrow \sqrt{LC_1} = \frac{1}{\frac{\Delta\omega}{2} + \frac{1}{\sqrt{LC}}};$$

$$C_1 = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{\left( \frac{\Delta\omega}{2} + \frac{1}{\sqrt{LC}} \right)^2};$$

Вычислим:

$$C_1 = \frac{1}{0,02} \cdot \frac{1}{\left( \frac{2 \cdot 10^4}{2} + \frac{1}{\sqrt{0,02 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}} \right)^2} = \frac{50}{(10^4 + 0,5 \cdot 10^4)^2} =$$

$$= \frac{50}{(1,5)^2 \cdot 10^8} = 22 \cdot 10^{-8} = 0,22 \cdot 10^{-6} (\Phi);$$

Ответ.  $C_1 = 0,22 \text{ мкФ}$

**ЗА. 2.** В электрической цепи, показанной на рисунке 3.1, ЭДС источника тока равна 15 В; емкость конденсатора 2 мФ; индуктивность катушки 5 мГн; сопротивление лампы 5 Ом и сопротивление резистора 3 Ом. В начальный момент времени ключ  $K$  замкнут. Какая энергия выделится в лампе после размыкания ключа? Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь. Сопротивлением катушки и проводов пренебречь.

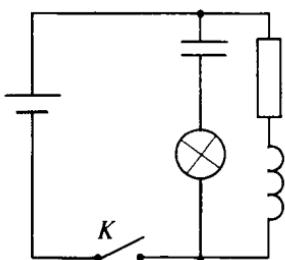


Рис. 3.1

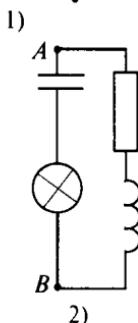
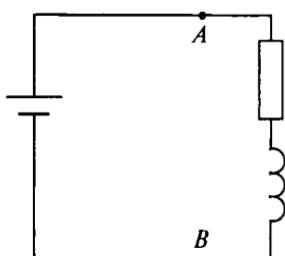


Рис. 3.2

В задаче рассматриваются две ситуации: 1) когда ключ  $K$  замкнут, это – электрическая цепь постоянного тока, в которой ток через конденсатор не идет; 2) когда ключ  $K$  разомкнут, в цепи возникают колебания электрического тока, которые затухают благодаря наличию активных сопротивлений лампы и резистора, соединенных последовательно. При этом вся энергия конденсатора и катушки, накопленная в 1) ситуации, выделится в виде тепла.

Нарисуем схемы, эквивалентные обеим ситуациям (рис. 3.2).

*План решения:* 1) найти напряжение между точками  $A$  и  $B$  (это напряжение на конденсаторе) и ток через катушку, когда ключ замкнут; 2) определить энергию конденсатора и катушки индуктивности; 3) вычислить долю энергии, выделяющуюся на лампе; 4) определить, сколько энергии выделится на лампе.

### Решение.

Дано:	СИ
$L = 5 \text{ мГн}$	$5 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$
$C = 2 \text{ мФ}$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}$
$R = 3 \Omega$	
$R_L = 5 \Omega$	
$\epsilon = 15 \text{ В}$	
$W - ?$	

1) Силу тока найдем по закону Ома для полной цепи, учитывая, что внутреннее сопротивление источника, согласно условию, равно нулю (рис. 3.2, 1):  $I = \epsilon/R$ ; напряжение между точками  $A$  и  $B$ :  $U_{AB} = \epsilon$ ;

$$2) \text{Энергия конденсатора: } W_c = \frac{CU_{AB}^2}{2} = \frac{C\epsilon^2}{2} ;$$

$$\text{Энергия катушки индуктивности: } W_L = \frac{LI^2}{2} = \frac{L}{2} \cdot \left( \frac{\epsilon}{R} \right)^2 = \frac{L\epsilon^2}{2R^2} .$$

3) Энергия, выделяющаяся на активном сопротивлении, определяется законом Джоуля-Ленца:  $Q = UIt$ ; поскольку лампа и резистор соединены последовательно (рис. 3.2, 2), то в них течет одинаковая сила тока. Следовательно, удобнее использовать закон Джоуля-Ленца в форме

$$Q = I^2Rt,$$

Откуда видно, что количество выделившейся энергии пропорционально сопротивлению.

Доля энергии, выделяющаяся на лампе:

$$\alpha = \frac{R_L}{R + R_L} .$$

Энергия, выделяющаяся на лампе:

$$W = \alpha \cdot (W_c + W_L) = \frac{R_L}{R + R_L} \cdot \left( \frac{C \epsilon^2}{2} + \frac{L \epsilon^2}{2R^2} \right) = \frac{R_L}{R + R_L} \cdot \left( \frac{C}{2} + \frac{L}{2R^2} \right) \cdot \epsilon^2;$$

$$W = \frac{5}{3+5} \cdot \left( \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2} + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 3^2} \right) \cdot 15^2 = \frac{5}{8} \cdot \left( 1 + \frac{5}{18} \right) \cdot 225 \cdot 10^{-3} = \\ = 180 \cdot 10^{-3} = 0,18 \text{ Дж}$$

Ответ.  $W = 0,18$  Дж.

**ЗАДАНИЕ 3.** В идеальном колебательном контуре амплитуда колебаний силы тока в катушке индуктивности  $I_m = 4$  мА, а амплитуда напряжения на конденсаторе  $U_m = 2,0$  В. В момент времени  $t$  напряжение на конденсаторе равно 1,2 В. Найдите силу тока в катушке в этот момент.

В задаче рассматривается идеальный колебательный контур, т.е. его активное сопротивление равно нулю. В контуре конденсатор и катушка индуктивности соединены последовательно, поэтому сила тока в них должна быть одинаковой. Значит, достаточно найти силу тока через конденсатор. Как известно, на конденсаторе колебания силы тока опережают колебания напряжения на  $\pi/2$ . Это легко запомнить: когда заряда на конденсаторе нет, то нет и напряжения. Заряд приносится током. Т.о., сначала — ток течет, а потом заряд и напряжение на конденсаторе появляются.

Решение.

Дано:	СИ:
$I_m = 4$ мА	$4 \cdot 10^{-3}$ А
$U_m = 2,0$ В	
$U(t) = 1,2$ В	
$I(t) - ?$	

В идеальном колебательном контуре на конденсаторе  $U(t) = U_m \cos(\omega t)$ ;  $I(t) = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -I_m \sin(\omega t)$ ; зная амплитудное и мгновенное значение напряжения, можно вычислить  $\cos(\omega t)$ , а затем, используя основное тригонометрическое тождество, найти  $\sin(\omega t)$  и силу тока:

$$\cos(\omega t) = \frac{U(t)}{U_m};$$

$$\sin(\omega t) = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \omega t} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{U(t)}{U_m}\right)^2};$$

$$I(t) = -I_m \sin(\omega t) = \mp I_m \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{U(t)}{U_m}\right)^2}.$$

Вычислим:

$$I(t) = \mp 4 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1,2}{2}\right)^2} = \mp 4 \cdot 10^{-3} \sqrt{1 - 0,36} = \mp 4 \cdot 10^{-3} \sqrt{0,64} = \\ = \mp 4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8 = \mp 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ (A)}$$

Знак « $\pm$ » говорит о том, что мы не можем определить направление тока, а знаем только его величину.

Ответ.  $I(t) = 3,2 \text{ mA}$

**ЗАДАЧА 4.** Колебательный контур состоит из катушки и двух одинаковых конденсаторов, соединенных параллельно. Во сколько раз изменится частота собственных колебаний, если эти конденсаторы включить последовательно?

В задаче рассматривается колебательный контур, а также последовательное и параллельное подключение конденсаторов.

*План решения прост:* 1) найти емкость при параллельном и последовательном соединении конденсаторов; 2) определить частоты собственных колебаний и сравнить их.

Решение.

Частота собственных колебаний контура:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}};$$

При параллельном подключении одинаковых конденсаторов с емкостью  $C$  их емкости складываются:

$$C_1 = C + C = 2C;$$

При последовательном подключении конденсаторов складываются величины, обратные их емкостям:

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \Rightarrow C_2 = \frac{C}{2};$$

Найдем отношение частот при последовательном ( $\omega_2$ ) и параллельном ( $\omega_1$ ) подключении:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{\sqrt{LC_2}} : \frac{1}{\sqrt{LC_1}} = \frac{1}{\sqrt{LC_2}} \cdot \sqrt{LC_1} = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{2C}{C/2}} = \sqrt{4} = 2.$$

Ответ. При смене параллельного подключения конденсаторов на последовательное частота собственных колебаний увеличится в 2 раза.

**ЗА. 5. В сеть переменного тока стандартной частоты включили два параллельно соединенных конденсатора емкостью по 15 мкФ каждый. Во сколько раз изменится сила тока в цепи, если один из конденсаторов отключить?**

В задаче рассматривается электрическая цепь переменного тока, состоящая из конденсаторов. «Стандартная частота» – это частота 50 Гц (для России). Сила тока в такой цепи – переменная величина, и если говорят о том, «во сколько раз изменится сила тока в цепи», то имеют в виду эффективное значение этой величины. У конденсатора в цепи переменного тока имеется так называемое «емкостное сопротивление», которое, как в законе Ома для цепи постоянного тока, связывает эффективные значения напряжения и силы тока в цепи переменного тока.

Решение.

Дано:	СИ:
$C = 15 \text{ мкФ}$	$15 \cdot 10^{-6} \Phi$
$v = 50 \text{ Гц}$	

$\frac{I_2}{I_1} - ?$	
-----------------------	--

1) Если в цепь включены параллельно два конденсатора, то их емкости складываются:  $C_1 = C + C = 2C$ ;

$$\text{Емкостное сопротивление } X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{2\omega C} ;$$

Сила тока в цепи, согласно закону Ома:

$$I_1 = \frac{U}{X_{C1}} = U : \frac{1}{2\omega C} = 2\omega CU .$$

2) Если один конденсатор отключить, то емкость  $C_2 = C$  и емкостное сопротивление:

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{\omega C};$$

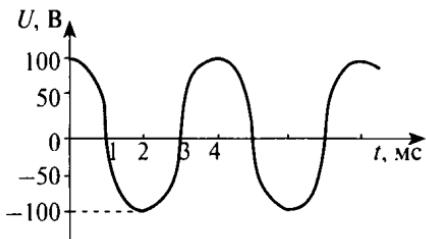
А сила тока:

$$I_2 = \frac{U}{X_{C2}} = U : \frac{1}{\omega C} = \omega CU;$$

$$3) \frac{I_2}{I_1} = \frac{\omega CU}{2\omega CU} = \frac{1}{2};$$

Ответ. Уменьшится в 2 раза

ЗА. 6. На графике (рис. 3.3) изображено изменение напряжения на конденсаторе с емкостью  $C = 2 \text{ мкФ}$ . Определить амплитудное значение силы тока.



В задаче рассматривается электрическая цепь переменного тока.

Рис. 3.3

Решение.

Дано:	СИ:
$C = 2 \text{ мкФ}$	$2 \cdot 10^{-6} \Phi$
$I_m - ?$	

В цепи переменного тока амплитудное значение напряжения и силы тока на конденсаторе связаны законом Ома, в котором в качестве сопротивления используется емкостное сопротивление:

$$I_m = \frac{U_m}{X_C};$$

$$\text{Емкостное сопротивление: } X_C = \frac{1}{\omega C};$$

$$\text{T.o. } I_m = \omega C U_m;$$

По приведенному графику можно определить амплитудное значение напряжения  $U_m$  и период колебаний  $T$  (с учетом того, что единицы измерения времени на графике – миллисекунды):

$$U_m = 100 \text{ В}; T = 4 \cdot 10^{-3} \text{ с};$$

Циклическая частота колебаний связана с периодом колебаний:

$$\omega = \frac{2\pi}{T};$$

$$\text{Получаем: } I_m = \frac{2\pi C U_m}{T};$$

Проверим размерность:

$$[I_m] = \frac{[C] \cdot [U_m]}{[T]} = \frac{\Phi \cdot B}{c} = \frac{K_L \cdot B^{-1} \cdot B}{c} = \frac{K_L}{c} = A;$$

Вычислим:

$$I_m = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{4 \cdot 10^{-3}} = 3,14 \cdot 10^{-1} = 0,3 \text{ (A)}$$

Ответ.  $I_m = 0,3 \text{ A}$

**ЗА. 7. Резонанс в колебательном контуре с конденсатором емкостью  $C_1 = 10^{-6}$  Ф возникает при частоте колебаний  $v_1 = 400$  Гц. Когда параллельно конденсатору  $C_1$  подключается другой конденсатор  $C_2$ , резонансная частота становится равной  $v_2 = 100$  Гц. Определить емкость  $C_2$ . Сопротивлением контура пренебречь.**

В задаче рассматривается резонанс в колебательном контуре и параллельное подключение конденсаторов. Частота собственных колебаний в контуре определяется его емкостью и индуктивностью. Индуктивность неизвестна, вот это и надо обойти.

Решение.

Дано:

$$v_1 = 400 \text{ Гц}$$

$$v_2 = 100 \text{ Гц}$$

$$C_1 = 10^{-6} \Phi$$

$$C_2 - ?$$

Резонанс в колебательном контуре наступает при частоте, равной частоте собственных колебаний контура. Циклическая частота собственных колебаний:  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ;

Частота колебаний связана с циклической частотой:

$$v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}};$$

Если в контуре конденсатор с емкостью  $C_1$  и катушка с индуктивностью  $L$ , то частота собственных колебаний:

$$v_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} .$$

Если два конденсатора соединили параллельно, то их емкости складываются и:

$$v_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}};$$

Если мы знаем частоту, то для определения емкости необходимо знать индуктивность.

Возведем оба равенства в квадрат:

$$v_1^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC_1} \quad \text{и} \quad v_2^2 = \frac{1}{4\pi^2 L(C_1 + C_2)} ;$$

Перевернем левую и правую части (благо нулевых значений не ожидается):

$$\frac{1}{v_1^2} = 4\pi^2 LC_1 \quad \text{и} \quad \frac{1}{v_2^2} = 4\pi^2 L(C_1 + C_2) ;$$

Тогда из первого равенства найдем индуктивность:

$$L = \frac{1}{4\pi^2 C_1 v_1^2} \quad \text{и подставим во второе:}$$

$$\frac{1}{v_2^2} = 4\pi^2 \frac{1}{4\pi^2 C_1 v_1^2} (C_1 + C_2) = \frac{1}{C_1 v_1^2} (C_1 + C_2) ; \rightarrow (C_1 + C_2) = \frac{C_1 v_1^2}{v_2^2} ;$$

$$\text{Вот теперь выразим емкость } C_2: C_2 = C_1 \frac{v_1^2}{v_2^2} - C_1 = C_1 \cdot \left( \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^2 - 1 \right);$$

Вычислим:

$$C_2 = 10^{-6} \cdot \left( \left( \frac{400}{100} \right)^2 - 1 \right) = 10^{-6} \cdot (4^2 - 1) = 15 \cdot 10^{-6} (\Phi)$$

Ответ.  $C_2 = 15 \text{ мкФ}$

**ЗА. 8.** Определить максимальный поток магнитной индукции через прямоугольную рамку, которая вращается в однородном магнитном поле со скоростью  $v = 10$  об/с. Амплитуда наводимой в рамке ЭДС  $\varepsilon = 3$  В.

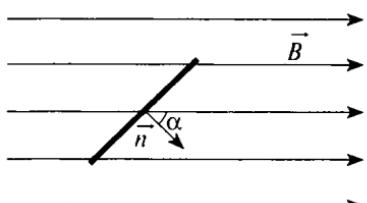


Рис. 3.4

В задаче рассматривается простейшая модель генератора переменного тока, в нем происходит явление электромагнитной индукции. При постоянной скорости вращения гармонически изменяется магнитный поток через рамку и появляется ЭДС, которая

тоже изменяется гармонически. Это мы сейчас покажем.

На рисунке 3.4 перпендикуляр к плоскости рамки  $\vec{n}$  составляет угол  $\alpha$  с направлением силовых линий магнитного поля  $\vec{B}$ . Тогда перпендикулярная плоскости рамки составляющая вектора  $\vec{B}$  равна  $B \cos \alpha$ .

При этом поток вектора магнитной индукции через рамку  $\Phi = BS \cos \alpha$ , где  $S$  – площадь рамки. Поскольку рамка вращается с постоянной скоростью  $v$ , то угол  $\alpha$  увеличивается пропорционально времени  $t$  по закону  $\alpha = 2\pi v t$  ( $\alpha$  измеряется в радианах, поэтому за 1 с увеличивается на  $2\pi v$ ). Таким образом

$$\Phi = BS \cos 2\pi v t;$$

Величина ЭДС индукции, согласно закону электромагнитной индукции, равна скорости изменения магнитного потока (со знаком минус), т.е. производной магнитного потока по времени (со знаком минус):

$$\varepsilon(t) = -\Phi' = -(BS \cos 2\pi v t)' = -BS(\cos 2\pi v t)' = 2\pi v BS \sin 2\pi v t,$$

т.е. изменяется гармонически (здесь мы вспомнили, что  $(\cos kx)' = -k \sin kx$ ).

Решение.

Дано:

$$\varepsilon = 3 \text{ В}$$

$$v = 10 \text{ об/с}$$

$$\Phi_{max} - ?$$

Максимальный поток магнитной индукции через рамку проходит, когда она перпендикулярна магнитному полю ( $\cos\alpha = 1$ ). Тогда поток  $\Phi_{max} = B \cdot S$ . Амплитудное значение ЭДС, наводимой в рамке:  $\varepsilon = 2\pi v B S$ .

$$\text{Т.о. } \varepsilon = 2\pi v B S = 2\pi v \Phi_{max};$$

$$\text{Отсюда } \Phi_{max} = \frac{\varepsilon}{2\pi v};$$

Можно проверить размерность:

$$[\Phi] = \frac{[\varepsilon]}{[v]} = \frac{B}{c^{-1}} = B \cdot c = \frac{B \cdot c}{m^2} \cdot m^2 = Tl \cdot m^2 = B6;$$

Вычислим:

$$\Phi_{max} = \frac{3}{2 \cdot 3,14 \cdot 10} = \frac{3}{62,8} = 0,048 \text{ (Вб)}$$

*Ответ.*  $\Phi_{max} = 4,8 \cdot 10^{-2} \text{ Вб}$

## ЗБ. НАБРОСКИ РЕШЕНИЯ

**ЗБ. 1.** Радиоприемник можно настраивать на прием радиоволн различной длины: от  $\lambda_1 = 20$  м до  $\lambda_2 = 250$  м. В какую сторону и во сколько раз нужно изменить расстояние между пластинами плоского конденсатора, включенного в колебательный контур приемника, при переходе от приема волн с длиной  $\lambda_1$  к приему волн с длиной  $\lambda_2$ ?

В задаче рассматривается колебательный контур. Радиоприемник «настроен» на определенную длину радиоволны, когда собственная частота колебаний этого контура совпадает с частотой радиоволны.

Частота радиоволны  $v$  определяется через ее длину  $\lambda$  и скорость света в вакууме  $c$ .

Собственная частота колебаний контура  $\omega$  определяется его индуктивностью  $L$  и емкостью  $C$ .

Емкость плоского конденсатора  $C$  определяется его геометрическими размерами – расстоянием между пластинами  $d$  и площадью пластин  $S$  – и диэлектрической проницаемостью вещества между пластинами  $\epsilon$ .

План решения: нужно найти зависимость расстояния  $d$  между пластинами конденсатора от длины волны  $\lambda$  при частоте, равной собственной частоте контура.

1) Выпишем необходимые формулы:

Частоту радиоволны найдем, зная, что длина волны:

$$\lambda = \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{\lambda} .$$

Собственная циклическая частота контура:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} .$$

Емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} .$$

Тогда собственная циклическая частота контура:

$$\omega = \sqrt{\frac{d}{\epsilon \epsilon_0 LS}} .$$

Еще необходима связь между циклической частотой колебаний  $\omega$  и частотой  $v$ :

$$\omega = 2\pi v;$$

2) А теперь найдем нужную нам зависимость: в последнее равенство слева подставим частоту, найденную из параметров контура, а справа – частоту из характеристик радиоволны и выразим  $d$ :

$$d = 4\pi^2 c^2 \epsilon \epsilon_0 LS \cdot \frac{1}{\lambda^2} ;$$

Проверим-ка размерность, вспомнив, что  $1 \text{ Гн} = 1 \text{ В} \cdot \text{А}^{-1} \cdot \text{с}$ ;  $1 \Phi = 1 \text{ Кл} \cdot \text{В}^{-1}$ :

$$\begin{aligned} [d] &= [c^2][\epsilon \epsilon_0][L][S] \cdot \frac{1}{[\lambda]^2} = \left(\frac{M}{c}\right)^2 \Phi \cdot M^{-1} \cdot B \cdot A^{-1} \cdot c \cdot M^2 \cdot \frac{1}{M^2} = \\ &= K \cdot B^{-1} \cdot M \cdot B \cdot A^{-1} \cdot c^{-1} = M \end{aligned}$$

3) Теперь можно сравнить  $d_1$  для  $\lambda_1$  и  $d_2$  для  $\lambda_2$ , т.к.  $d$  пропорционально  $\lambda^{-2}$ .

**ЗБ. 2. На конденсаторе, включенном в колебательный контур, эффективное напряжение  $U_s = 200$  В. Емкость конденсатора  $C = 1$  пФ. Определить максимальные значения электрической и магнитной энергии в контуре.**

В задаче рассматривается идеальный колебательный контур, в котором активное сопротивление равно нулю.

Полная энергия контура складывается из электрической энергии и магнитной энергии, в идеальном контуре она не изменяется. При колебаниях электрическая энергия преобразуется в магнитную и обратно. Когда электрическая энергия максимальна, магнитная равна нулю. И наоборот. Поэтому максимальное значение электрической энергии равно максимальному значению магнитной энергии.

Электрическая энергия  $W_E$  сосредоточена в конденсаторе, магнитная  $W_M$  – в катушке индуктивности.

Максимум электрической энергии определяется амплитудным значением напряжения, а оно связано с эффективным значением.

**ЗБ. 3. В сеть переменного тока с эффективным значением напряжения 220 В включена катушка с индуктивностью  $L = 50$  мГн. Найти частоту тока, если амплитуда тока в цепи  $I_0 = 8$  А.**

В задаче рассматривается индуктивность в цепи переменного тока.

Амплитудные значения силы тока и напряжения связаны через индуктивное сопротивление:

$$I_0 = \frac{U_0}{\omega L};$$

Амплитудное значение напряжения связано с эффективным значением:

$$U_0 = U_s \sqrt{2}.$$

**ЗБ. 4.** В идеальном колебательном контуре амплитуда колебаний силы тока в катушке составляет  $I_1 = 1$  мА, а амплитуда колебаний заряда конденсатора равна  $q_1 = 5$  нКл. В момент времени  $t$  заряд конденсатора  $q = 3$  нКл. Найдите силу тока в катушке в этот момент.

В задаче рассматривается колебательный контур.

Колебания напряжения на конденсаторе совпадают по фазе с колебаниями заряда.

Колебания силы тока (на конденсаторе, в катушке) опережают колебания напряжения на конденсаторе на  $\pi/2$ .

Если сила тока в катушке  $I = I_1 \sin \omega t$ , то заряд на конденсаторе

$$q = q_1 \sin(\omega t - \pi/2) = -q_1 \cos \omega t.$$

$$I = I_1 \sin \omega t = \pm I_1 \sqrt{1 - \cos^2 \omega t} = \pm I_1 \sqrt{1 - \left(\frac{q}{q_1}\right)^2};$$

**ЗБ. 5.** Заряд на одной из обкладок конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону  $q = 10^{-10} \cdot \cos(10^4 \pi t)$ . Чему равно эффективное значение напряжения на конденсаторе, если его емкость  $C = 2$  пФ?

В задаче рассматривается колебательный контур. Все величины в нем изменяются по гармоническому закону.

Амплитуда напряжения на конденсаторе связана с амплитудой его заряда.

Эффективное значение напряжения отличается от амплитудного в  $\sqrt{2}$  раз.

**ЗБ. 6.** На рисунке 3.5 изображено изменение силы тока, текущей через конденсатор с емкостью  $C = 30$  мкФ. Определить амплитудное значение напряжения на конденсаторе.

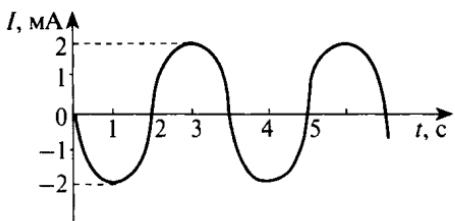


Рис. 3.5

В задаче рассматривается участок цепи переменного тока, состоящий из конденсатора.

По графику можно определить период колебаний и амплитудное значение силы тока.

Амплитудное значение силы тока связано с амплитудным значением напряжения законом Ома, где используется емкостное сопротивление.

$$U_m = \frac{I_m}{\omega C} .$$

Циклическую частоту  $\omega$  можно найти по периоду колебаний.

**ЗБ. 7.** В сеть переменного тока с частотой  $v = 50$  Гц включен конденсатор с емкостью  $C = 20$  мкФ и катушка индуктивности. При какой индуктивности катушки  $L$  сопротивление контура минимально?

В задаче рассматривается колебательный контур.

Сопротивление контура минимально при резонансе, т.е. когда собственная частота контура совпадает с частотой сети.

**ЗБ. 8.** Определить число оборотов в единицу времени прямоугольной рамки, вращающейся в однородном магнитном поле, магнитная индукция которого  $B = 0,6$  Тл, если амплитуда наведенной ЭДС  $\epsilon_0 = 10$  В. Площадь рамки  $S = 200$  см<sup>2</sup>, число витков рамки  $n = 25$ .

В задаче рассматривается модель генератора электрического тока: происходит явление электромагнитной индукции. При равномерном вращении магнитный поток через рамку изменяется

няется гармонически, также гармонически изменяется и наведенная в рамке ЭДС (см. задачу ЗА.8). Амплитуды ЭДС и магнитного потока пропорциональны друг другу; коэффициент пропорциональности – циклическая частота.

### ЗВ. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

**ЗВ. 1.** На какую длину волны настроен колебательный контур, если он состоит из катушки, индуктивность которой  $L = 2 \cdot 10^{-3}$  Гн и плоского конденсатора? Расстояние между пластинами конденсатора  $d = 1$  см, диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего пространство между пластинами,  $\epsilon = 11$  и площадь пластин  $S = 700$  см<sup>2</sup>.

**ЗВ. 2.** Через катушку индуктивности, включенной в колебательный контур, течет электрический ток, эффективное значение силы тока которого  $I_s = 2$  А. Индуктивность катушки  $L = 2,5$  мГн. Определить максимальные значения электрической и магнитной энергии в контуре.

**ЗВ. 3.** К сети переменного тока с частотой  $v = 50$  Гц с эффективным напряжением  $U_s = 127$  В присоединена цепь, состоящая из двух последовательно соединенных одинаковых конденсаторов с емкостью  $C = 100$  мкФ. Определить амплитуду тока в цепи.

**ЗВ. 4.** В идеальном колебательном контуре амплитуда колебаний заряда конденсатора равна  $q_1 = 2$  нКл. В момент времени  $t$  заряд конденсатора  $q = 1$  нКл, а сила тока в катушке в этот же момент времени  $I = 3$  мА. Найдите амплитудное значение силы тока  $I_m$ .

**ЗВ. 5.** Заряд на одной из обкладок конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону  $q = 7 \cdot 10^{-11} \cdot \cos(10^5 \pi t)$ .

Чему равна индуктивность катушки контура, если емкость его конденсатора  $C = 10 \text{ пФ}$ ?

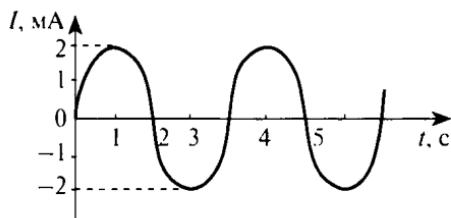


Рис. 3.6

**ЗВ. 6.** На рисунке 3.6 изображено изменение силы тока через катушку с индуктивностью  $L = 3 \text{ мГн}$  в колебательном контуре. Определить амплитудное значение напряжения на катушке.

**ЗВ. 7.** В цепь переменного тока с частотой  $v = 400 \text{ Гц}$  включена катушка с индуктивностью  $0,2 \text{ Гн}$ . Какой емкости конденсатор нужно включить в эту цепь, чтобы осуществился резонанс?

**ЗВ. 8.** Найти амплитуду ЭДС  $\varepsilon_0$ , наводимой в рамке, вращающейся в однородном горизонтальном магнитном поле с магнитной индукцией  $B = 0,2 \text{ Тл}$ , если площадь рамки  $S = 150 \text{ см}^2$ , а рамка вращается со скоростью  $n = 50 \text{ об/с}$ .

### 3Г. ПРОВЕРКА

**1. Какие физические уравнения и формулы нужно использовать в задаче?**

а) Как изменится период собственных колебаний контура, если его индуктивность увеличить в 7 раз, а емкость конденсатора уменьшить в 13 раз?

б) Напряжение в колебательном контуре, содержащем плоский конденсатор и катушку индуктивности, меняется по закону  $U = U_0 \cos \omega t$ . Как изменится период колебаний, если расстояние между пластинами конденсатора уменьшить на 17 %?

**2. Проверкой размерности докажите, что данная формула не может являться ответом задачи.**

а) Напряжение в сети меняется по закону  $U = U_0 \cos \omega t$ . Сопротивление электрического фена равно  $R$ . Какую мощность развивает фен?

Ответ.  $\frac{U_0^2}{\omega R}$

б) На сколько изменится магнитная энергия колебательного контура, состоящего из конденсатора с емкостью  $C$  и катушки с индуктивностью  $L$ , если индуктивность увеличить на  $\Delta L$ ? Амплитуда напряжения на конденсаторе —  $U_0$ , циклическая частота колебаний в контуре —  $\omega$ .

Ответ.  $\frac{1}{2} \Delta L \frac{U_0^2}{\omega C^2}$

**3. Какие физические законы необходимо применить для решения следующей задачи:**

а) Проволочная рамка с сопротивлением  $R$  вращается с постоянной угловой скоростью в однородном магнитном поле. Как меняется со временем сила тока в рамке?

б) Имеются три одинаковых конденсатора с емкостью 5 мкФ. Какие емкостные сопротивления можно получить с помощью этих конденсаторов, если имеется генератор напряжения с частотой 50 Гц?

**4. Чего не хватает в условии задачи?**

а) Конденсатор, заряд на одной из пластин которого равен 13 мКл, замыкают на сопротивление 2,6 Ом. Какое количество тепла выделится на сопротивлении?

б) На какую длину волны настроен радиоприемник, если его колебательный контур состоит из плоского конденсатора с емкостью 14 пФ и катушки индуктивности с железным сердечником?

## **ВАРИАНТ 1**

- 1.** Как изменится накал сетевой лампы, если в соленоид, включенный последовательно с ней, ввести железный сердечник?
- 2.** Контур приемника с конденсатором емкости  $C = 30 \text{ пФ}$  настроен в резонанс на электромагнитные колебания с длиной волны  $\lambda = 7 \text{ м}$ . Определить индуктивность катушки  $L$  контура.
- 3.** К зажимам генератора присоединен конденсатор с емкостью  $C = 0,2 \text{ мкФ}$ . Определить амплитуду напряжения на конденсаторе, если амплитуда тока  $I_0 = 2,2 \text{ А}$ , а его период  $T = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ .
- 4.** В колебательном контуре происходят свободные колебания. При этом амплитудное значение заряда на конденсаторе с емкостью  $C = 2 \text{ пФ}$  составляет  $2 \text{ мКл}$ . Чему равна магнитная энергия колебательного контура через  $1/6$  часть периода свободных колебаний после достижения максимального значения заряда?

## **ВАРИАНТ 2**

- 1.** Колебательный контур, состоящий из конденсатора и катушки индуктивности, имеет циклическую частоту собственных колебаний  $\omega_0$ . Как изменится  $\omega_0$ , если учесть активное сопротивление проводов, из которых изготовлена катушка?
- 2.** Определить емкость конденсатора колебательного контура, если известно, что при индуктивности  $L = 40 \text{ мГн}$  контур настроен в резонанс на электромагнитные колебания с длиной волны  $\lambda = 200 \text{ м}$ .
- 3.** К зажимам генератора присоединен конденсатор с емкостью  $C = 0,3 \text{ мкФ}$ . Определить амплитуду силы тока, если амплитуда напряжения на зажимах конденсатора  $U_0 = 100 \text{ В}$ , а период напряжения  $T = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ .
- 4.** В колебательном контуре происходят свободные колебания. При этом амплитудное значение заряда на конденсаторе составляет  $1 \text{ мКл}$ , а амплитуда напряжения составляет  $2 \text{ В}$ . Чему равна магнитная энергия колебательного контура через

1/3 часть периода свободных колебаний после достижения максимального значения напряжения на конденсаторе?

### ВАРИАНТ 3

1. Выделяется ли энергия в цепи, содержащей только конденсатор, если ее активным сопротивлением можно пренебречь?

2. Определить длину волны  $\lambda$ , на которую настроен колебательный контур, если емкость конденсатора колебательного контура  $C = 20 \text{ пФ}$ , а индуктивность катушки составляет  $L = 50 \text{ мГн}$ .

3. К зажимам генератора присоединена катушка с индуктивностью  $L = 0,2 \text{ мГн}$ . Определить амплитуду напряжения на катушке, если амплитуда тока  $I_0 = 2,2 \text{ А}$ , а его период  $T = 10^{-4} \text{ с}$ .

4. В колебательном контуре происходят свободные колебания. При этом амплитудное значение силы тока, текущей через катушку с индуктивностью  $0,2 \text{ мГн}$  составляет  $4 \text{ А}$ . Чему равна электрическая энергия колебательного контура через  $1/6$  часть периода свободных колебаний после достижения максимальной силы тока на катушке?

### ВАРИАНТ 4

1. Могут ли ЭДС самоиндукции и напряжение на катушке иметь одинаковые знаки?

2. Во сколько раз и в какую сторону изменится длина волны электромагнитных колебаний, в резонанс с которыми настроен колебательный контур, если емкость его конденсатора увеличить в 2 раза, а индуктивность катушки уменьшить в 4 раза?

3. К зажимам генератора присоединена катушка с индуктивностью  $L = 4 \text{ мГн}$ . Определить амплитуду силы тока, текущего через катушку, если амплитуда напряжения  $U_0 = 20 \text{ В}$ , а его период  $T = 10^{-4} \text{ с}$ .

4. В колебательном контуре происходят свободные колебания с циклической частотой  $\omega = 300 \text{ Гц}$ . При этом амплитудное значение силы тока, текущей через катушку индуктивности, со-

ставляет 2 мА, а амплитудное значение напряжения на катушке – 1 В. Чему равна электрическая энергия колебательного контура через  $1/6$  часть периода свободных колебаний после достижения амплитудного значения силы тока на катушке?

## 4. ОПТИКА ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ. ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ И РАСЧЕТ ЕГО ПАРАМЕТРОВ В ТОНКОЙ ЛИНЗЕ. ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ. ОПТИКА ВОЛНОВАЯ

### 4A. РАЗОБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

**4A. 1.** В дно водоема глубиной 2 м вбита свая, на 0,5 м выступающая из воды. Найти длину тени от сваи на дне водоема при угле падения лучей  $30^\circ$ .

В задаче рассматривается явление преломления света на границе двух сред и образование тени.

Поскольку свая достаточно длинная, то в задаче можно рассматривать прямолинейное распространение света.

Свет, попадая на границу двух сред (в данном случае воздуха и воды) испытывает преломление. Закон преломления связывает синусы углов падения и преломления.

Граница тени от сваи определяется тенью самой ее высокой точки.

#### Решение.

На рисунке 4.1 изобразим луч  $AO$ , который находится как раз на границе тени (проходит через самую высокую точку сваи). Достигнув поверхности воды в точке  $O$ , он испытывает преломление и дальше продолжается отрезком  $OC$ .

Свая обозначена буквами  $AB'$ ; по условию  $|AB| = 0,5 \text{ м}$ ;  $|BB'| = 2 \text{ м}$ .

Угол падения  $EOA$  равен углу  $OAB = 30^\circ$  (т.к. две параллельные прямые  $ED$  и  $AB'$  пересечены секущей  $AO$ ).

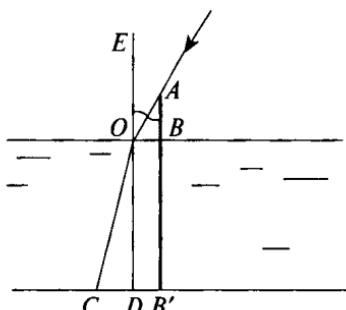


Рис 4.1

Длина тени  $|CB'|$ :

$$|CB'| = |CD| + |DB'| = |CD| + |OB|;$$

Длину отрезка  $OB$  найдем из треугольника  $OAB$ :

$$|OB| = |AB| \cdot \operatorname{tg} O\hat{A}B;$$

$$|OB| = 0,5 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = 0,5 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,29 \text{ (м);}$$

Отрезок  $CD$  найдем из треугольника  $OCD$ :

$$|CD| = |OD| \cdot \operatorname{tg} C\hat{O}D = |BB'| \cdot \operatorname{tg} C\hat{O}D;$$

Для того, чтобы найти  $\operatorname{tg} C\hat{O}D$ , нужно вспомнить закон преломления света и основное тригонометрическое тождество.

Согласно закону преломления света

$$\frac{\sin O\hat{A}B}{\sin C\hat{O}D} = n,$$

где  $n$  — показатель преломления воды относительно воздуха, его можно узнать по справочным таблицам ( $n = 1,3$ ).

$$\sin C\hat{O}D = \frac{1}{n} \sin O\hat{A}B = \frac{\sin 30^\circ}{n} = \frac{0,5}{1,3} \approx 0,385;$$

Но нам нужен не синус, а тангенс этого угла. Согласно основному тригонометрическому тождеству:

$$\cos C\hat{O}D = \sqrt{1 - \sin^2 C\hat{O}D} = \sqrt{1 - 0,385^2} = \sqrt{0,8521} \approx 0,923;$$

$$\operatorname{tg} C\hat{O}D = 0,385 : 0,923 = 0,417;$$

$$|CD| = 2 \cdot 0,417 \approx 0,83 \text{ (м);}$$

Длина тени:  $|CB'| = |CD| + |OB| = 0,83 + 0,29 = 1,12$  (м);

Ответ. 1,12 м.

**4А. 2.** Преломленный луч составляет с отраженным угол  $90^\circ$ . Найти показатель преломления, если синус угла падения равен 0,8.

В задаче рассматриваются явления отражения и преломления света. Законы, связывающие углы падения, отражения и преломления, нам известны.

Решение.

Показатель преломления можно найти из закона преломления света:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n;$$

Синус угла падения  $\alpha$  мы знаем; осталось вычислить синус угла преломления  $\beta$ .

Решение начнем с аккуратного построения рисунка. Все три луча (падающий  $A$ , отраженный  $B$  и преломленный  $C$ ) лежат в одной плоскости (см. рис. 4.2).

Угол падения равен углу отражения; угол между лучами  $B$  и  $C$  по условию равен  $90^\circ$ .

Т.о., согласно рисунку:

$$\alpha + 90^\circ + \beta = 180^\circ;$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha;$$

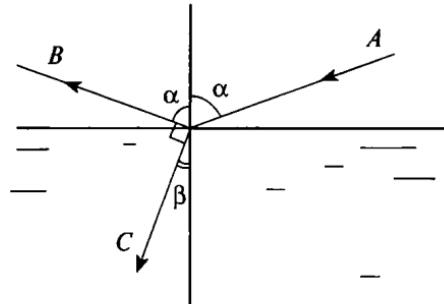


Рис 4.2

Теперь нетрудно найти показатель преломления, если вспомнить формулу приведения и основное тригонометрическое тождество:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}};$$

$$n = \frac{0,8}{\sqrt{1 - 0,8^2}} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}.$$

Ответ.  $n = \frac{4}{3}$ .

**4А. 3. Найдите построением положение главных фокусов линзы (рис. 4.3).**

В задаче рассматривается явление преломления света в тонкой собирающей линзе.

Решение.

Сложность задачи в том, что луч, падающий на линзу, идет под углом к главной оптической оси.

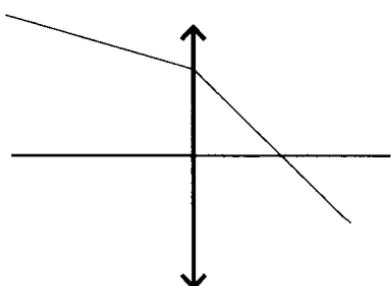


Рис 4.3

Будем использовать два свойства тонкой линзы: 1) луч, идущий через оптический центр линзы, не изменяет своего направления; 2) лучи, параллельные побочной оптической оси, собираются в одной точке, лежащей в фокальной плоскости линзы.

Найдем главный фокус линзы справа. Для этого проведем по-

бочную оптическую ось  $b$ , параллельную падающему лучу  $a$  (рис. 4.4):

Луч  $b$  не меняет своего направления, а луч  $a$ , преломившись, пересекается с ним в точке, лежащей в фокальной плоскости линзы. Опустив из точки пересечения перпендикуляр на главную оптическую ось, получаем положение главного фокуса.

Главный фокус слева от линзы получаем аналогично, используя симметрию линзы: проведем побочную оптическую ось  $d$ , параллельную «выходящему» лучу  $c$  (рис. 4.5):

Луч  $d$  не изменит своего направления и пересечется с преломившимся лучом  $c$  в точке, лежащей в фокальной плоскости линзы. Опустив из этой точки перпендикуляр на главную оптическую ось, получим второй главный фокус линзы.

Второй главный фокус можно было бы получить и другим способом, т.к. он лежит симметрично (относительно линзы) первому найденному фокусу, т.е. на таком же расстоянии. Строить отрезок, равный данному, учат еще в основной школе.

#### 4A. 4. Построить изображение отрезка $AB$ , параллельного главной оптической оси собирающей линзы (рис. 4.6).

В задаче рассматривается преломление света в тонкой собирающей линзе с известным положением главных фокусов.

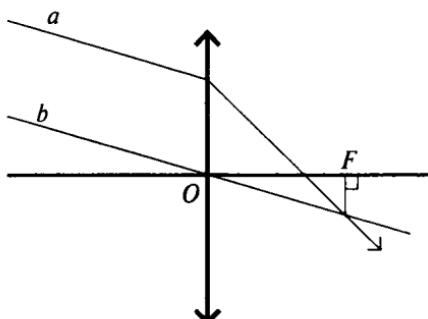


Рис 4.4

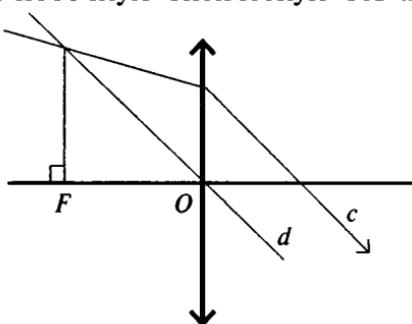


Рис 4.5

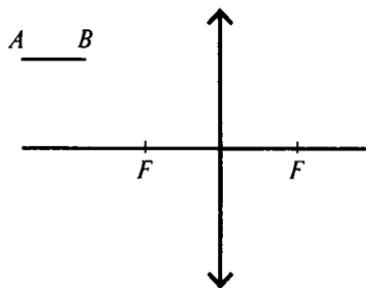


Рис 4.6

### Решение.

Изображением отрезка будет отрезок. Поэтому достаточно построить изображение точек  $A$  и  $B$  – концов этого отрезка.

Для построения изображения точки используем два свойства собирающей линзы: 1) луч, идущий через оптический центр линзы, не изменяет своего направления; 2) луч, параллельный главной оптической оси, после преломления в линзе проходит через главный фокус.

оптический центр линзы, не изменяет своего направления; 2) луч, параллельный главной оптической оси, после преломления в линзе проходит через главный фокус.

Строим изображение точки  $B$ : проводим луч  $a$  через оптический центр линзы и луч  $b$ , параллельный главной оптической оси. После прохождения линзы они пересекаются в точке  $B'$  – изображении точки  $B$  (см. рис. 4.7 а).

Строим изображение точки  $A$ : проводим луч  $c$  через оптический центр линзы. Он пересечется с лучом  $b$  в точке  $A'$  – изображении точки  $A$  (рис. 4.7 б).

Соединяя точки  $A'$  и  $B'$  получим изображение отрезка  $AB$  (рис. 4.7 в)

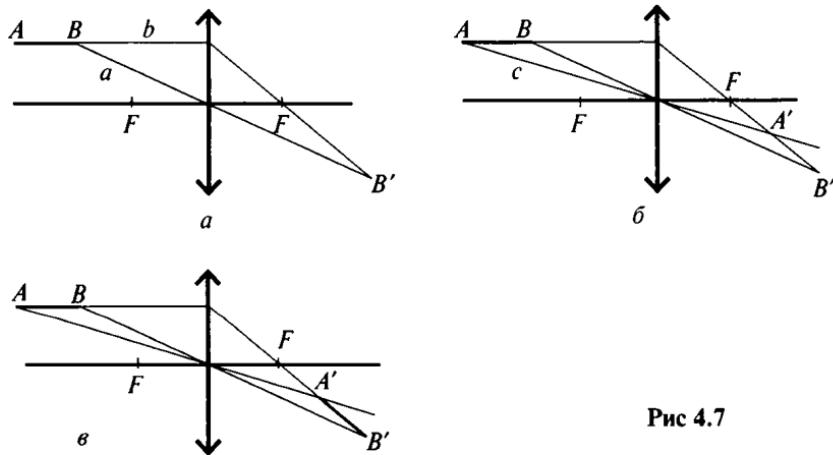


Рис 4.7

Обратите внимание, что изображение отрезка не параллельно главной оптической оси, в отличие от самого отрезка.

**4A. 5. Расстояние от предмета до линзы и от линзы до изображения одинаковы и равны  $a = 0,5$  м. Во сколько раз увеличится изображение, если сместить предмет на расстояние  $L = 20$  см по направлению к линзе?**

В задаче рассматривается преломление света в тонкой линзе и увеличение изображения в линзе.

Решение.

Поскольку расстояние от предмета до линзы и от линзы до изображения одинаковы, то речь идет о собирающей линзе.

Формула тонкой линзы позволит нам определить ее главное фокусное расстояние:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F} \rightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{F} \rightarrow F = a/2 = 0,5/2 = 0,25 \text{ (м)};$$

т.е. предмет находится от линзы на расстоянии двух фокусов.

Увеличение предмета (исходное и конечное) можно легко определить из равенства и подобия треугольников.

Построим исходное расположение предмета и изображения (рис. 4.8).

Прямоугольные треугольники  $OAB$  и  $O'A'B'$  равны, т.к. по условию  $OA = OA'$  и равны вертикальные углы  $\angle AOB$  и  $\angle A'OB'$ .

Поэтому  $|AB| = |A'B'|$  и увеличение предмета равно 1.

Пододвинем объект к линзе (он будет еще за фокусом) и построим его изображение (рис. 4.9). Для этого достаточно построить изображение точки  $B$

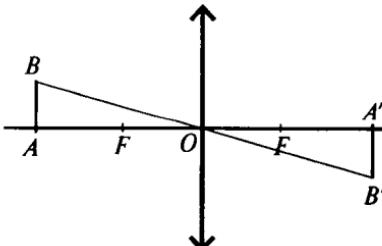


Рис 4.8

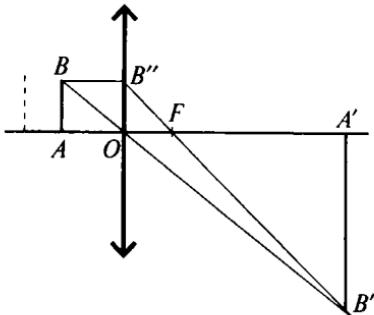


Рис 4.9

с помощью луча, проходящего через оптический центр линзы и луча, идущего из  $B$  параллельно главной оптической оси.

Прямоугольные треугольники  $OAB$  и  $O'A'B'$  подобны, т.к. равны вертикальные углы  $AOB$  и  $A'OB'$ . Следовательно:

$$\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|A'O|}{|AO|};$$

Длины отрезков  $|AO|$  и  $|A'O|$  связаны формулой тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \rightarrow \frac{1}{|AO|} + \frac{1}{|A'O|} = \frac{1}{F};$$

Следовательно:

$$\frac{1}{|A'O|} = \frac{1}{F} - \frac{1}{|AO|} = \frac{|AO| - F}{F \cdot |AO|}; \rightarrow |A'O| = \frac{F \cdot |AO|}{|AO| - F};$$

Т.о., увеличение предмета:

$$\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|A'O|}{|AO|} = \frac{F}{|AO| - F};$$

Вычислим, зная, что по условию  $|AO| = 0,5 - 0,2 = 0,3$  (м):

$$\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{0,25}{0,3 - 0,25} = 5.$$

Поскольку размер исходного изображения был равен размеру предмета, то теперь изображение увеличится в 5 раз.

Ответ. В 5 раз.

**A4. 6. На сколько нужно изменить расстояние между объективом фотоаппарата и пластиинкой при переходе от съемки очень удаленных предметов к съемке объекта, расположенного на расстоянии  $d = 2$  м от объектива, если главное фокусное расстояние объектива  $F = 13,5$  см?**

В данной задаче рассматривается оптическая система фотоаппарата, но поскольку нам дано только ее главное фокусное расстояние, то можно считать этот прибор тонкой собирающей линзой и всеми остальными «хитростями» этой системы пренебречь.

*Рассматриваются две ситуации.*

1) «Очень удаленные объекты»: это означает, что лучи, идущие от этих объектов, можно считать параллельными главной оптической оси, и, следовательно, пластиинка, на которой должно получиться четкое изображение, должна находиться в фокальной плоскости линзы.

2) Объект расположен на расстоянии  $d$ . Расстояние, на котором нужно расположить пластиинку для получения на ней четкого изображения, определяется формулой тонкой линзы.

Решение.

Дано:	СИ
$d = 2$ м	
$F = 13,5$ см	0,135 м
$\Delta f - ?$	

При съемке очень удаленных объектов пластиинка должна находиться в фокальной плоскости, т.е. на расстоянии  $F$  от объектива.

При съемке объекта, находящегося на расстоянии  $d$ , пластиинка должна находиться на расстоянии  $f$ , которое определяется формулой тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{d - F}{F \cdot d};$$

$$\text{T.o. } f = \frac{F \cdot d}{d - F};$$

Пластиинку нужно переместить на расстояние:

$$\Delta f = f - F = \frac{F \cdot d}{d - F} - F = \frac{F \cdot d - F(d - F)}{d - F} = \frac{F^2}{d - F};$$

$$\Delta f = 0,1352 / (2 - 0,135) = 0,0098 \text{ (м)} = 9,8 \text{ (мм)}$$

Ответ. 9,8 мм

**4А. 7.** На экране с помощью тонкой линзы получено изображение стержня с пятикратным увеличением. Стержень расположен перпендикулярно главной оптической оси, и плоскость экрана также перпендикулярна этой оси. Экран передвинули на 30 см вдоль главной оптической оси линзы. Затем, при неизменном положении линзы, передвинули стержень так, чтобы изображение снова стало резким. В этом случае получено изображение с трехкратным увеличением. Определите фокусное расстояние линзы.

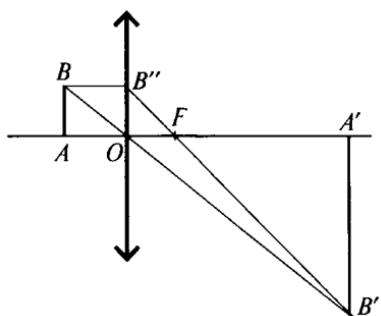


Рис 4.10

В задаче рассматривается получение изображения с помощью тонкой линзы. Рассматриваются две ситуации 1) пятикратное увеличение; 2) трехкратное увеличение.

Поскольку не говорится о мнимости изображения, то рассматривается собирающая линза.

Решение.

Вычислим величину увеличения изображения  $k$ .

На рис. 4.10 треугольники  $OAB$  и  $O'A'B'$  подобны по двум углам (прямому и вертикальным углам  $AOB$  и  $A'OB'$ ):

$$\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|A'O|}{|AO|};$$

Длины отрезков  $|AO|$  и  $|A'O|$  связаны формулой тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \rightarrow \frac{1}{|AO|} + \frac{1}{|A'O|} = \frac{1}{F};$$

$$\frac{1}{|AO|} = \frac{1}{F} - \frac{1}{|A'O|} = \frac{|A'O| - F}{F \cdot |A'O|};$$

Увеличение предмета  $k$  выразим через расстояние от линзы до изображения (экрана):

$$k = \frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|A'O|}{|AO|} = \frac{|A'O| - F}{F};$$

Обозначим исходное расстояние до экрана буквой  $x$ , а расстояние, на которое пододвинули экран, буквой  $d$ . Получим систему уравнений, подставив увеличение  $k = 5$  для расстояния до экрана  $|A'O| = x$  и увеличение  $k = 3$  – для расстояния  $|A'O| = x - d$ :

$$\begin{cases} \frac{x - F}{F} = 5 \\ \frac{(x - d) - F}{F} = 3 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x - F = 5F \\ (x - d) - F = 3F \end{cases};$$

Из первого уравнения выразим  $x = 6F$  и подставим во второе уравнение:

$$(6F - d) - F = 3F;$$

$$2F = d;$$

$$F = \frac{d}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ (см)}$$

Ответ.  $F = 15$  см.

**4A. 8.** Условимся считать изображение на пленке фотоаппарата резким, если вместо идеального изображения в виде точки на пленке получается изображение пятна диаметром не более некоторого предельного значения. Поэтому, если объектив находится на фокусном расстоянии от пленки, то резкими считаются не только бесконечно удаленные предметы, но и все предметы, находящиеся дальше некоторого расстояния  $d$ . Оцените предельный размер пятна, если при фокусном расстоянии объектива 50 мм и диаметре входного отверстия 5 мм резкими оказались все предметы, находившиеся на расстояниях более 5 м от объектива. Сделайте рисунок, поясняющий образование пятна.

В задаче рассматривается построение изображения в оптической системе фотоаппарата. В условиях задачи ее можно считать тонкой собирающей линзой.

*Решение.*

Дано:	СИ
$F = 50 \text{ мм}$	$0,05 \text{ м}$
$D = 5 \text{ мм}$	$0,005 \text{ м}$
$d = 5 \text{ м}$	
$x - ?$	

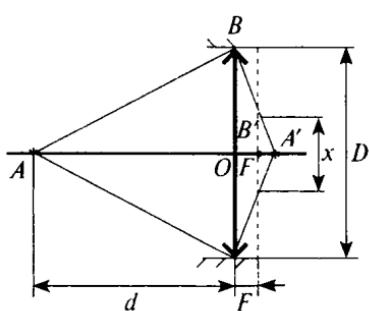


Рис 4.11

По условию, изображение точечного объекта, находящегося на расстоянии  $d$  от линзы, в фокальной плоскости линзы образует пятно некоторого диаметра  $x$ . Это происходит, т.к. изображение объекта находится за фокальной плоскостью. Фокальная плоскость из сходящегося конического пучка как бы «вырезает» кружок диаметром  $x$  (см. рис. 4.11).

Входное отверстие объектива ограничивает максимальный угол, под которым луч, вышедший из точки  $A$ , попадет на пленку. Под этим максимальным углом на рисунке 4.11 идет луч  $AB$ .

Изображение точки  $A$  получается за фокальной плоскостью, поэтому в фокальной плоскости получается пятно диаметром  $x$ .

В нахождении этой величины  $x$  нам поможет формула тонкой линзы и подобные треугольники  $BOA'$  и  $B'FA'$  (они оба прямоугольные и имеют общий угол  $A'$ ).

$$\begin{cases} \frac{1}{|AO|} + \frac{1}{|OA'|} = \frac{1}{F} \\ \frac{|OA'|}{|FA'|} = \frac{|OB|}{|FB'|} \end{cases}$$

Перепишем эти соотношения с учетом обозначений, данных в условии задачи

$$|AO| = d; |OB| = \frac{D}{2}; |FB'| = \frac{x}{2} \text{ и } |FA'| = |OA'| - F :$$

$$\begin{cases} \frac{1}{d} + \frac{1}{|OA'|} = \frac{1}{F} \\ \frac{|OA'|}{|OA'| - F} = \frac{D}{x} \end{cases}$$

Для нахождения искомой величины  $x$  из этой системы необходимо исключить неизвестное  $|OA'|$ .

Из второго уравнения системы:

$$x = D \cdot \left( \frac{|OA'| - F}{|OA'|} \right) = D \cdot \left( 1 - \frac{F}{|OA'|} \right);$$

Из первого уравнения:

$$\frac{1}{|OA'|} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d}; \quad \frac{F}{|OA'|} = 1 - \frac{F}{d};$$

$$x = D \cdot \frac{F}{d} = 0,05 \cdot \frac{0,005}{5} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ (м)} = 0,05 \text{ (мм);}$$

Ответ. 0,05 мм

**4A. 9.** Цилиндрический пучок лучей, параллельных главной оптической оси рассеивающей линзы, имеет диаметр  $s_1 = 5$  см. Пройдя линзу, пучок дает на экране пятно размером  $s_2 = 7$  см. Каков будет диаметр пятна  $s_3$ , если рассеивающую линзу заменить собирающей с тем же фокусным расстоянием?

В задаче рассматривается преломление света в рассеивающей и собирающей тонких линзах.

Лучи света в обоих случаях идут параллельно главной оптической оси. В случае собирающей линзы преломленный луч отклонится так, чтобы его продолжение проходило через фокус; в случае собирающей линзы сам преломленный луч проходит через фокус.

Этого свойства тонких линз вполне достаточно для решения задачи.

Решение.

Рассмотрим случай, когда экран расположен за фокусом линзы (рис. 4.12).

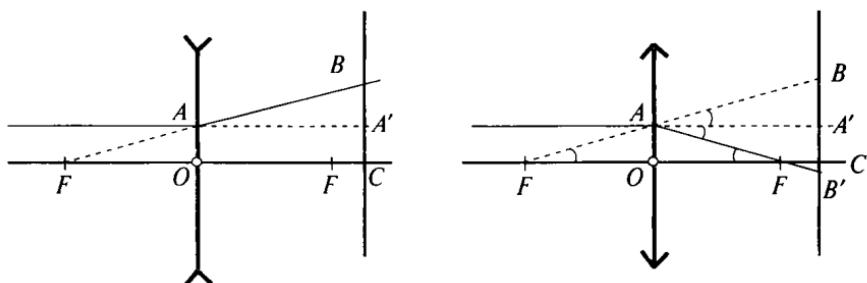


Рис 4.12

После рассеивающей линзы преломленный луч, идущий по границе цилиндрического пучка, направлен по  $AB$ . По условию  $|OA| = s_1/2 = 2,5 \text{ см}$ ;  $|BC| = s_2/2 = 3,5 \text{ см}$ ; следовательно  $|CA'| = |OA| = 2,5 \text{ см}$ ; и  $|A'B| = 1 \text{ см}$ ;

Заменим рассеивающую линзу собирающей. Теперь преломленный луч будет направлен по  $AB'$ . По построению треугольники  $ABA'$  и  $AB'A'$  равны (как прямоугольные треугольники с общим катетом и равными острыми углами  $ABA'$  и  $AB'A'$ ).

Поэтому  $|A'B'| = |A'B|$  и радиус пятна на экране

$$|CB'| = |A'B'| - |A'C| = |A'B| - |A'C| = 1 - 2,5 = -1,5 < 0.$$

Отрицательный знак говорит о том, что наше предположение о том, что экран находится за фокусом, неверно и рисунок 4.12 для этой задачи не подходит.

Случай, когда экран находится перед фокусом, рассмотрим аналогично (рис. 4.13):

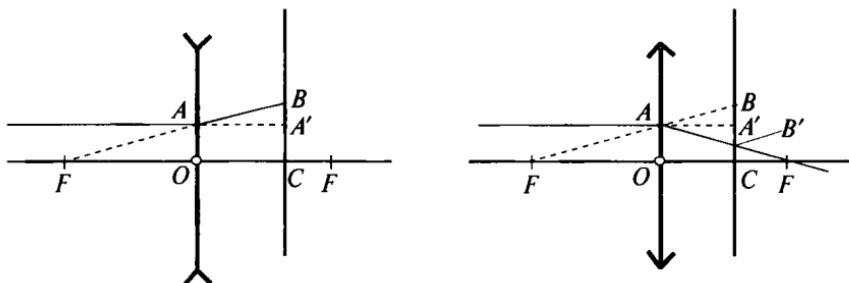


Рис 4.13

Радиус пятна в этом случае  $|B'C| = |A'C| - |A'B'| = |AO| - |A'B| = 2,5 - 1 = 1,5 \text{ (см)}$ .

Диаметр пятна  $s_3 = 2|B'C| = 3 \text{ см}$ .

Ответ.  $s_3 = 3 \text{ см}$ .

**4A. 10.** На дне водоема глубиной  $h = 3$  м находится точечный источник света. Какого минимального радиуса  $R$  должен быть круглый непрозрачный диск, чтобы с вертолета нельзя было обнаружить этот источник света? Показатель преломления для воды  $n = 1,3$ .

В задаче рассматривается явление преломления света при переходе из оптически более плотной среды (вода) в оптически менее плотную (воздух). При определенном угле падения на границу раздела преломленный луч будет отсутствовать (угол преломления равен  $90^\circ$ ). Это явление полного внутреннего отражения. Диск, плавающий на поверхности, должен препятствовать всем лучам от источника, которые попадают на границу раздела с углом падения меньшим, чем этот критический угол. Тогда ни один луч от источника не выйдет на поверхность и его (источник) будет не видно.

Решение.

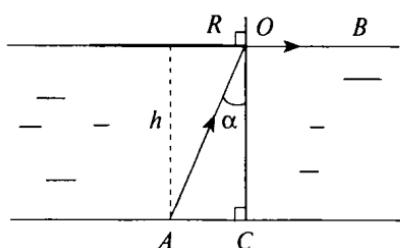


Рис 4.14

Рассмотрим луч  $AO$ , падающий на границу раздела под таким углом  $\alpha$ , что преломленный луч  $OB$  идет под углом  $\beta = 90^\circ$  (рис. 4.14).

По закону преломления

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n;$$

т.к.  $\sin \beta = 1$ , то  $\sin \alpha = 1/n$ .

С другой стороны, в соответствии с рисунком 4.14, используя свойства прямоугольного треугольника:  $\sin \alpha = \frac{|AC|}{|AO|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}}$ ;

Итак,  $\frac{1}{n} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}} \rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{R^2}{R^2 + h^2}$ ;  $\rightarrow R^2 + h^2 = R^2 n^2$ ;  $\rightarrow$   
 $\rightarrow h^2 = R^2(n^2 - 1)$ ;

$$R = \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{3}{\sqrt{1,3^2 - 1}} = 3,6 \text{ (м).}$$

Ответ.  $R = 3,6 \text{ м.}$

**4А. 11.** Оптическая система состоит из рассеивающей линзы с фокусным расстоянием  $F_1 = 8 \text{ см}$  и собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F_2 = 10 \text{ см}$ , расположенных на расстоянии  $L = 6 \text{ см}$  друг от друга на общей оси. На каком расстоянии  $d$  от рассеивающей линзы следует поместить светящуюся точку, чтобы после прохождения системы лучи шли параллельно друг другу?

В задаче рассматривается прохождение света через систему из двух линз.

Решение.

Светящаяся точка может быть расположена слева или справа от рассеивающей линзы.

Обозначим  $F_{1,l}$  и  $F_{1,np}$  – главные фокусы рассеивающей линзы слева и справа от нее, соответственно;  $F_{2,l}$  – главный фокус собирающей линзы, расположенный слева от нее.

1) Пусть светящаяся точка находится слева от рассеивающей линзы (рис. 4.15). В этом случае лучи выходят из системы через собирающую линзу. По условию, они идут параллельно оптической оси. Значит, в собирающую линзу они приходят из ее фокуса  $F_{2,l}$ . Теперь мы знаем, где же должно находиться изображение светящейся точки, которое создает рассеивающая линза! В точке  $F_{2,l}$ ! Она находится на расстоянии  $(F_2 - L)$  от рассеивающей линзы.

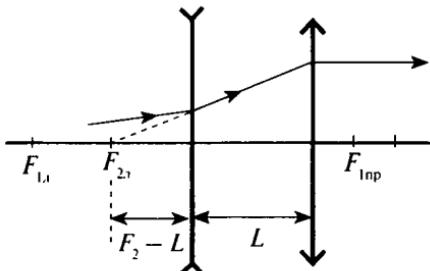


Рис 4.15

Запишем формулу тонкой линзы для рассеивающей линзы, с учетом мнимости получаемого изображения:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{F_2 - L} = -\frac{1}{F_1}; \rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{F_2 - L} - \frac{1}{F_1}; \rightarrow \frac{1}{d} = \frac{F_1 - (F_2 - L)}{F_1(F_2 - L)};$$

$$d = \frac{F_1(F_2 - L)}{F_1 - (F_2 - L)} = \frac{8 \cdot (10 - 6)}{8 - (10 - 6)} = 8 \text{ (см);}$$

$d = 8 \text{ см}$ , т.е точка находится в фокусе рассеивающей линзы.

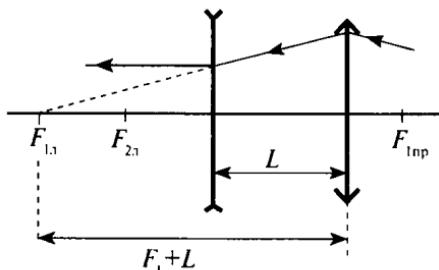


Рис 4.16

2) Пусть светящаяся точка находится справа от рассеивающей линзы (рис. 4.16). В этом случае лучи выходят из системы через рассеивающую линзу. По условию, они идут параллельно оптической оси. Значит, пройдя собирающую линзу,

лучи падают на рассеивающую линзу так, что их продолжения сходятся в ее фокусе  $F_{1,1}$ , т.е. собирающая линза дает изображение светящейся точки на расстоянии  $F_1 + L$ !

Если светящаяся точка находится на расстоянии  $x$  от собирающей линзы, то формула тонкой линзы для собирающей линзы дает:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{F_1 + L} = \frac{1}{F_2} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{F_2} - \frac{1}{F_1 + L} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{F_1 + L - F_2}{F_2(F_1 + L)} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{F_2(F_1 + L)}{F_1 + L - F_2};$$

Расстояние же от этой точки до рассеивающей линзы:

$$d = x + L = \frac{F_2(F_1 + L)}{F_1 + L - F_2} + L = \frac{10 \cdot (8 + 6)}{8 + 6 - 10} + 6 = 41 \text{ (см)}$$

Ответ. Слева от линзы  $d = 8 \text{ см}$ ; справа от линзы  $d = 41 \text{ см}$ .

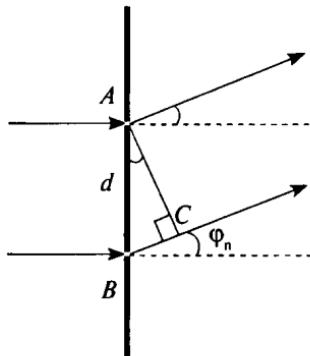
**4A. 12.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны 400 нм падает по нормали на дифракционную решетку с периодом 5 мкм. Параллельно решетке позади нее размещена собирающая линза с фокусным расстоянием 20 см. Дифракционная картина наблюдается на экране в задней фокальной плоскости линзы. Найдите расстояние между ее главными максимумами 1-го и 2-го порядков. Ответ запишите в миллиметрах (мм), округлив до целых. Считать для малых углов ( $\phi \ll 1$  в радианах)  $\operatorname{tg}\phi \approx \sin\phi \approx \phi$ .

В задаче рассматривается дифракция света на решетке и преломление света в тонкой линзе с известным фокусным расстоянием.

При прохождении дифракционной решетки мы учитываем волновые свойства света, т.к. период решетки сравним с длиной волны света. При прохождении линзы мы уже от волновых свойств света отвлекаемся, и рассматриваем его с точки зрения геометрической оптики, т.е. как прямолинейные лучи света. Это связано, конечно, с большими (по сравнению с длиной волны света) размерами линзы.

Решение.

Дано:	СИ
$d = 5 \text{ мкм}$	$5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$
$\lambda = 400 \text{ нм}$	$4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
$F = 20 \text{ см}$	0,2 м
$\Delta x_{12} - ?$	



Найдем условие получения главных дифракционных максимумов порядка  $n$ .

Разность хода между световыми волнами, прошедшими через соседние щели решетки  $A$  и  $B$  и идущими под углом  $\Phi_n$ , составляет отрезок  $BC$  (рис. 4.17). Для наблюдения максимума

Рис. 4.17

$n$ -порядка разность хода должна составлять целое число длин волн  $n$ . Тогда волны, прошедшие через  $A$  и  $B$  в этом направлении, будут складываться, усиливая друг друга. Т.к. из прямоугольного треугольника  $ABC$  можно выразить  $|BC| = |AB| \sin \varphi_n$ , а  $|AB| = d$ , то условие максимума:

$$d \sin \varphi_n = n\lambda \rightarrow \sin \varphi_n = \frac{n\lambda}{d}.$$

Для малых углов:  $\sin \varphi \approx \varphi$ ;

$$\text{Значит, } \varphi_n = \frac{n\lambda}{d}.$$

Теперь займемся изображением дифракционной картины на экране после прохождения линзы.

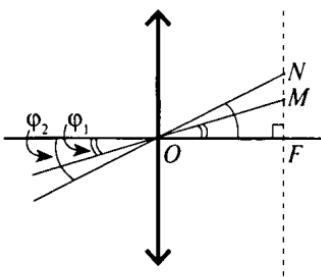


Рис 4.18

После прохождения дифракционной решетки лучи света, образующие тот или иной максимум, идут параллельно под углом  $\varphi_n$ . Параллельный же пучок света собирается в точке, лежащей в фокальной плоскости линзы. Эту точку можно найти с помощью луча, проходящего через оптический центр линзы. Заметим,

что преломление света в тонкой линзе не изменяет разности хода лучей, которую они получили, отклонившись в дифракционной решетке (следствием этого свойства линзы является, кстати, формула тонкой линзы).

Пусть первый максимум будет в точке  $M$ , второй – в точке  $N$  (рис. 4.18) в фокальной плоскости линзы.

Расстояние между положением максимумов находим, используя соотношения между катетами в прямоугольном треугольнике:

$$\Delta x_{12} = |MN| = |NF| - |MF| = F \operatorname{tg} \varphi_2 - F \operatorname{tg} \varphi_1 = F \cdot (\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1) \approx$$

$$\approx F \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = F \cdot \left( \frac{2\lambda}{d} - \frac{\lambda}{d} \right) = F \cdot \frac{\lambda}{d};$$

Вычислим:

$$\Delta x_{12} = 0,2 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-6}} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ (м)} = 16 \text{ (мм)}.$$

Заодно и проверим, верно ли исходное предположение о малости углов:

$$\Phi_1 = \frac{\lambda}{d} = \frac{4 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-6}} = 8 \cdot 10^{-2} \ll 1.$$

Ответ. 16 мм

4A. 13. Два когерентных источника света  $S_1$  и  $S_2$  расположены на расстоянии  $l$  друг от друга. На расстоянии  $D \gg l$  от источников помещается экран (рис. 4.19). Найти расстояние между соседними интерференционными полосами вблизи середины экрана (точка  $A$ ), если источники излучают свет длины  $\lambda$ .

Решение.

В задаче рассматривается явление интерференции световых волн.

Если разность хода двух лучей от когерентных источников равна целому числу длин волн, то на экране получится светлое место. Почему в условии говорится об интерференционных «полосах»? Дело в том, что часто в качестве когерентных источников света используют две узкие щели, параллельные экрану, через которые проходит свет от одного источника. От щелей, действительно, интерференционная картина будет полосатой. Если же источники точечные, то интерференционную картину можно считать состоящей из полос только «вблизи точки  $A$ ».

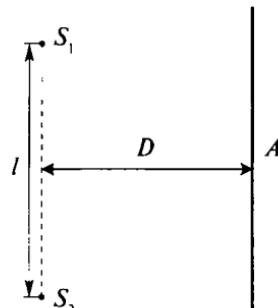


Рис 4.19

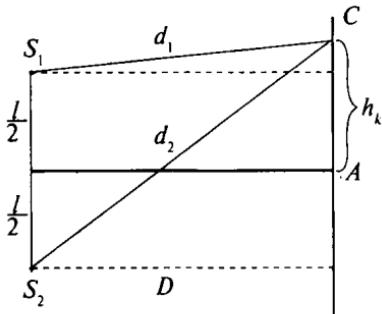


Рис 4.20

Начертим лучи из источников в точку  $C$  (рис. 4.20), находящуюся на расстоянии  $h_k$  от точки  $A$ , где будет максимум освещенности  $k$ -порядка, и найдем их длину (по теореме Пифагора).

$$d_1^2 = D^2 + \left( h_k - \frac{l}{2} \right)^2;$$

$$d_2^2 = D^2 + \left( h_k + \frac{l}{2} \right)^2,$$

где  $h_k = |AC|$ .

$$d_2^2 - d_1^2 = \left( h_k + \frac{l}{2} \right)^2 - \left( h_k - \frac{l}{2} \right)^2 = 2lh_k;$$

С другой стороны, разность квадратов можно представить как:  $d_2^2 - d_1^2 = (d_2 + d_1)(d_2 - d_1) \approx 2D(d_2 - d_1)$ , т.к. мы рассматриваем картину около точки  $A$ .

Таким образом,

$$d_2^2 - d_1^2 = 2lh_k = 2D(d_2 - d_1).$$

Для получения максимума освещенности  $k$ -порядка разность хода должна равняться  $k$  длинам волн:  $d_2 - d_1 = k\lambda$ .

$$2lh_k = 2D(d_2 - d_1) = 2D \cdot k\lambda;$$

$$h_k = k \frac{D\lambda}{l}.$$

Расстояние между соседними полосами:

$$\Delta = h_{k+1} - h_k = (k+1) \frac{D\lambda}{l} - k \frac{D\lambda}{l} = \frac{D\lambda}{l}$$

Ответ.  $\Delta = \frac{D\lambda}{l}$

**4A. 14.** Два плоских зеркала (рис. 4.21) образуют между собой угол, близкий к  $180^\circ$  ( $\alpha$  – мало). На равных расстояниях  $b$  от зеркал расположен источник света  $S$ . Определить интервал между соседними интерференционными полосами на экране  $MN$ , расположенным на расстоянии  $|OA| = a$  от точки пересечения зеркал, вблизи точки  $A$ . Длина световой волны известна и равна  $\lambda$ . Маленькая ширма  $C$  препятствует непосредственному попаданию света источника на экран. Картина симметрична относительно оси  $OA$ .

В задаче рассматриваются явления отражение света и интерференции света. При отражении света мы будем пользоваться законами геометрической оптики, а при интерференции – волновой. Нельзя забывать, что при отражении световая волна приобретает дополнительную фазу  $\pi$ .

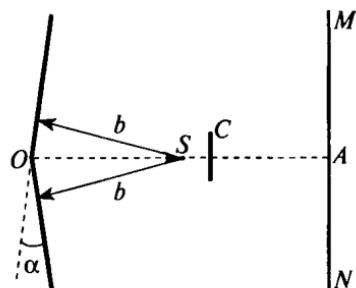


Рис 4.21

### Решение.

При отражении света в зеркалах появляются два изображения  $S_1$  и  $S_2$ , которые являются когерентными источниками света (рис. 4.22). Каждый из них получает одинаковую дополнительную фазу  $\pi$  при отражении!

Т.о., задача сводится к предыдущей. Необходимо только вычислить расстояние между источниками  $S_1$  и  $S_2$  и расстояние от линии, соединяющей  $S_1$  и  $S_2$ , до экрана  $MN$ .

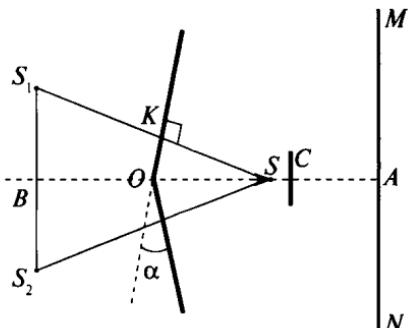


Рис 4.22

Изображение источника находится симметрично источнику относительно плоскости зеркала (рис. 4.22).

Воспользуемся тем, что угол  $S_1SS_2$  равен  $\alpha$  (как угол между двумя перпендикулярами к прямым, пересекающимися под углом  $\alpha$ ), а расстояние  $|SS_1| = 2b$  по законам отражения света.  $|S_1S_2| \approx |SS_1|\alpha = 2b\alpha$ , т.к. угол  $\alpha$  мал и длина дуги  $S_1S_2$  с центром в точке  $S$  примерно равна длине хорды, стягивающей эту дугу.

Найдем расстояние до экрана, используя тот факт, что  $|SO| \approx |OB| \approx |SK| = b$ :  $|AB| = |AO| + |OB| = a + b$ .

Т.о., с учетом результата задачи 4A.12:  $\Delta = \frac{(a+b)\lambda}{2b\alpha}$ .

*Ответ.*  $\Delta = \frac{(a+b)\lambda}{2b\alpha}$ .

## 4Б. НАБРОСКИ РЕШЕНИЯ

**4Б. 1.** Светящаяся точка  $A$  расположена перед рассеивающей линзой, положение оптического центра  $O$  которой известно. Известен также ход одного луча  $ABC$ . Построить продолжение произвольного луча  $AK$  (рис. 4.23).

В задаче рассматривается преломление света в тонкой рассеивающей линзе.

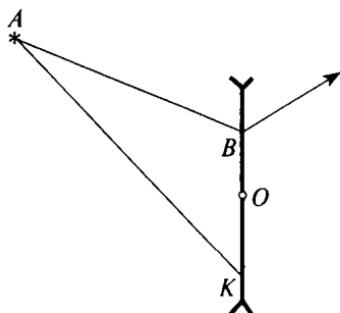


Рис 4.23

*Первый способ.*

Для построения хода произвольного луча можно найти положение фокусов линзы. Для этого используем два свойства тонкой рассеивающей линзы: 1) луч, прошедший через оптический центр линзы, не меняет своего направления; 2) лучи, параллельные побочной оптической оси, преломляются в

линзе так, чтобы их продолжения пересекались в одной точке, лежащей в фокальной плоскости линзы.

Сначала найдем положение фокуса. Для этого построим луч  $A'O$ , проходящий через оптический центр и параллельный лучу  $AB$ .

Из точки пересечения луча  $A'O$  и продолжения луча  $BC$  опускаем перпендикуляр на главную оптическую ось. Так находим положение фокуса  $F$  и можем провести фокальную плоскость (рис. 4.24).

Теперь построить ход произвольного луча не представляет труда, для этого надо нарисовать побочную оптическую ось, параллельную ему.

Эту же задачу можно решить другим способом, более коротким.

#### *Второй способ.*

Проведя луч из точки  $A$  в оптический центр линзы и найдя его пересечение с продолжением луча  $C$ , находим изображение точки  $A$  (рис. 4.25). Оно даст возможность строить ход произвольных лучей: продолжения всех лучей, идущих из точки  $A$ , должны проходить через ее изображение.

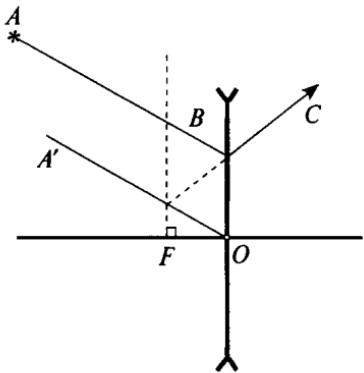


Рис 4.24

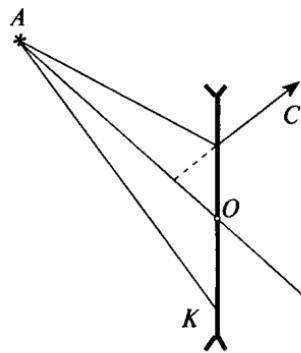


Рис 4.25

**4Б. 2. На поверхности воды плавает прямоугольный надувной плот длиной 6 м. Небо затянуто сплошным облачным покровом, полностью рассеивающим солнечный свет. Глубина тени под пло-**

том равна 2,3 м. Определите ширину плota. Глубиной погружения плota и рассеиванием света водой пренебречь. Показатель преломления воды относительно воздуха принять равным 4/3.

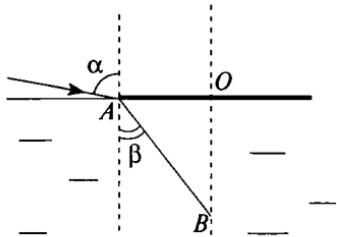


Рис 4.26

В задаче рассматривается преломление света на границе двух сред и образование тени.

«Рассеянный свет», о котором говорится в задаче, означает лишь то, что свет может падать на границу раздела под любым углом – от 0° до 90°. Лучше всего под плот проникают, конечно, те лучи, которые «скользят» по поверхности, то есть их угол падения близок к 90°. Поэтому как чем больше угол падения, тем больше и угол преломления (в пределах от 0° до 90° синус является возрастающей функцией). Преломление лучей, падающих под углом, близким к 90°, и надо рассматривать.

На рисунке 4.26 точка  $O$  – середина плota. Тогда  $OB$  – глубина тени  $h$ ,  $OA$  – половина ширины плota  $d$ .

Если ширина плota получится больше длины (6 м), то глубина тени будет определяться не шириной, а длиной плota.

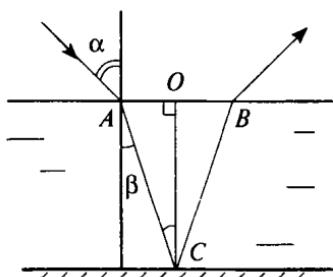


Рис 4.27

**4Б. 3.** На горизонтальном дне бассейна лежит плоское зеркало. Луч света, преломившись на поверхности воды, отражается от зеркала и выходит в воздух. Расстояние от места входления луча в воду до места выхода отраженного луча из воды  $d = 1,5$  м. Глубина бассейна  $h = 2$  м, показатель преломления воды 4/3. Определить угол падения луча  $\alpha$ .

В задаче рассматривается преломление света на границе раздела двух сред и отражение света от зеркальной поверхности (рис. 4.27).

Рисунок 4.27 симметричен относительно  $OC$  – перпендикуляра, проведенного в точке падения луча на зеркало.  $|AB| = d$ .

**4Б. 4.** Кубический сосуд с непрозрачными стенками расположен так, что глаз наблюдателя не видит его дна, но полностью видит стенку  $CD$ . Какое количество воды нужно налить в сосуд, чтобы наблюдатель смог увидеть предмет  $F$ , находящийся на расстоянии  $b = 10$  см от угла  $D$  (рис. 4.28). Ребро сосуда  $a = 40$  см.

В задаче рассматривается преломление света на границе двух сред (рис. 4.29). В воздухе луч выходит под углом  $45^\circ$  (т.к. это диагональ квадрата). Коэффициент преломления воды нужно посмотреть в справочнике. Искомая глубина  $x = |OE|$ .

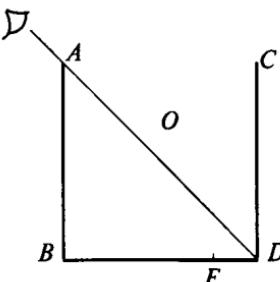


Рис 4.28

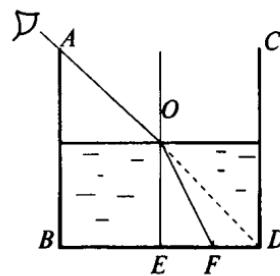


Рис 4.29

$$x = |OE| = b : \left( 1 - \frac{\sin 45^\circ}{\sqrt{n^2 - \sin^2 45^\circ}} \right);$$

Теперь легко определить количество (объем) налитой воды, вычислив площадь дна.

**4Б. 5.** Кинооператору требуется снять автомобиль на воздушной подушке, двигающийся со скоростью  $v = 72$  км/ч на расстоянии  $d = 26$  м от оператора. Фокусное расстояние объектива кинокаме-

ры  $F = 13$  мм. Какова должна быть экспозиция  $\Delta t$ , чтобы размытость  $\Delta r$  контуров изображения не превышала  $a = 0,05$  мм?

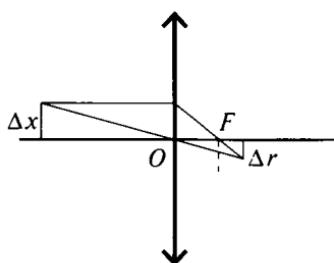


Рис 4.30

В задаче рассматривается преломление света в тонкой собирающей линзе, которой в данных условиях можно заменить объектив кинокамеры.

«Размытость» контуров – это расстояние между двумя изображениями, которые дает линза. Второе изображение получается, когда объект смещается на  $v\Delta t$  из-за своего движения. Будем считать, что смещается он с главной оптической оси: естественно предположить, что снимаемый объект находится в центре кадра.

Автомобиль находится очень далеко, т.к.  $d \gg F$ . Если он за время  $\Delta t$  сместится с оптической оси на  $\Delta x = v\Delta t$ , то его изображение сместится на  $\Delta r$  (рис. 4.30). Изображение бесконечно удаленных объектов должно получаться в фокальной плоскости линзы. Т.е. мы будем считать, что расстояние от линзы до изображения равно фокусному расстоянию.

Соотношение между  $\Delta r$  и  $\Delta x$  можно найти из подобных треугольников.

**4Б. 6.** Предмет находится на расстоянии  $L = 0,6$  м от экрана. Используя собирающую линзу, можно получить на экране два четких изображения предмета при двух различных положениях линзы. Найти отношение  $k$  величин изображений, если расстояние между указанными положениями линзы составляет  $l = 0,4$  м.

В задаче рассматривается преломление света в тонкой собирающей линзе с неизвестным фокусным расстоянием.

Задачу легко решить, используя формулу тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

Эта формула симметрична относительно  $d$  и  $f$ . Т.е. в одном положении расстояние от объекта до линзы равно  $d$  и от линзы до изображения  $-f$ . В другом положении — наоборот.

Из условий задачи известна сумма ( $d + f = L$ ) и разность ( $d - f = l$ ) этих величин.

Нужно еще вспомнить, как найти увеличение линзы, и задача решена.

**4Б. 7. Равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  площадью  $50 \text{ см}^2$  расположен перед тонкой собирающей линзой так, что его катет  $AC$  лежит на главной оптической оси линзы. Фокусное расстояние линзы  $50 \text{ см}$ . Вершина прямого угла  $C$  лежит дальше от центра линзы, чем вершина острого угла  $A$ . Расстояние от центра линзы до точки  $C$  равно удвоенному фокусному расстоянию линзы (рис. 4.31). Постройте изображение треугольника и найдите площадь получившейся фигуры.**

В задаче рассматривается преломление света в тонкой собирающей линзе с известным положением фокусов.

Построение ясно из рисунка 4.32. Длина катета треугольника  $A'B'C'$ , перпендикулярного главной оптической оси ( $|C'B'|$ ), равна длине катета  $|CB|$  (это надо обосновать).  $|CB|$  можно найти из площади, т.к. прямо-

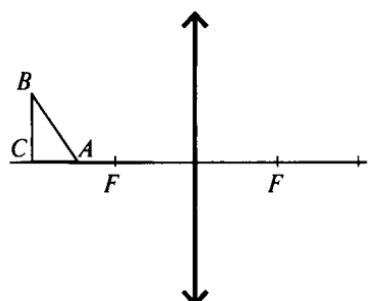


Рис 4.31

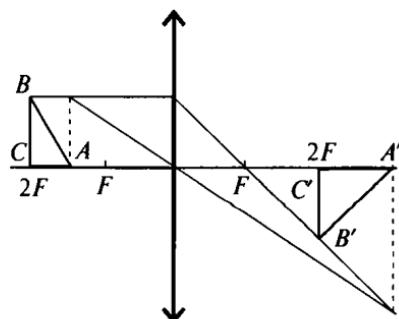


Рис 4.32

угольный треугольник  $ABC$  – равнобедренный. Длину второго катета ( $|C'A'|$ ) найдем с помощью формулы тонкой линзы.

Вычисления лучше проводить «частями», т.к. ответ в общем виде малоинформативен.

**4Б. 8. Источник света расположен на двойном фокусном расстоянии от собирающей линзы. Фокусное расстояние линзы  $F = 30$  см. На каком расстоянии от линзы нужно разместить плоское зеркало для того, чтобы лучи, отраженные от зеркала, вторично пройдя линзу, стали параллельными?**

В задаче рассматривается преломление света в тонкой собирающей линзе с известным положением фокусов и отражение света от зеркальной поверхности.

Лучи, проходя собирающую линзу, становятся параллельными, если выходят из ее фокуса. Это свойство линзы дает нам возможность определить местоположение изображения, даваемого зеркалом: изображение в зеркале должно быть точно в фокусе линзы.

Положение изображения, даваемого линзой, известно: на двойном фокусном расстоянии, как и источник света.

Рисунок очень поможет найти ответ.

**4Б. 9. На поверхность стеклянного шара с показателем преломления  $n = 1,5$  падает узкий пучок света, образуя малый угол  $\alpha = 0,06$  рад с осью шара, проведенной через точку падения и центр шара. Под каким углом  $\gamma$  к этой оси пучок выйдет из шара? В расчетах положить  $\sin \alpha \approx \alpha$ .**

В задаче рассматривается преломление света на границе раздела двух сред. Поскольку преломление идет на поверхности шара, то перпендикуляр к ней будет перпендикуляром к касательной в данной точке, а, значит, пройдет через центр шара.

Успех решения этой задачи – построение чертежа (рис. 4.33) и знание закона преломления света.

$O$  – центр шара и окружности, в плоскости которой лежат падающие и преломленные лучи (надо обосновать, почему от шара можно перейти к окружности). Треугольник  $AOB$  – равнобедренный (надо обосновать). Угол  $OBC$  равен  $\alpha$  (надо обосновать).

Искомый угол  $\gamma$  находится из треугольника  $COB$ , поскольку сумма углов треугольника равна  $\pi$ :

$$\gamma + (\pi - 2\beta) + \alpha = \pi;$$

а углы  $\alpha$  и  $\beta$  связаны законом преломления.

**4Б. 10.** Сходящийся пучок лучей имеет вид конуса с вершиной в точке  $A$ . Когда на пути лучей поставили рассеивающую линзу, сходящийся пучок превратился в расходящийся с вершиной в точке  $B$ . Зная, что точки  $A$  и  $B$  лежат на оптической оси линзы на расстоянии  $l = 0,45$  м друг от друга и оптический центр линзы делит отрезок  $BA$  в отношении  $n:m = 1:2$ , определить фокусное расстояние  $F$  линзы.

В задаче рассматривается преломление лучей в тонкой рассеивающей линзе.

Точку  $A$  можно рассматривать как мнимый источник света, а точку  $B$  – как мнимое изображение (рис. 4.34).

Формула тонкой линзы (с учетом мнимости объекта и изображения) и соотношение между отрезками  $a$  и  $b$  из условия задачи помогут получить ответ.

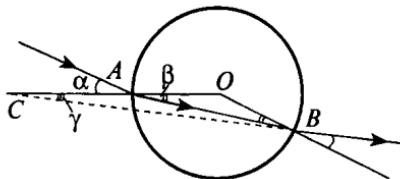


Рис 4.33

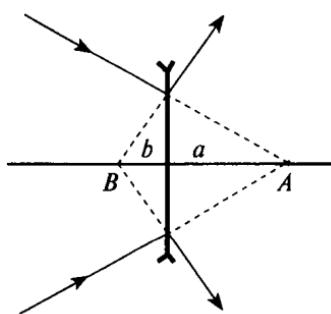


Рис 4.34

**4Б. 11.** Определите постоянную дифракционной решетки, если при ее освещении светом длиной 656 нм второй спектр виден под углом  $15^\circ$ . Примите, что  $\sin 15^\circ = 0,25$ .

В задаче рассматривается явление дифракции на дифракционной решетке.

Постоянную дифракционной решетки можно найти из условия дифракционного максимума для второго порядка. Направление на максимум второго порядка – это и будет направление на «второй спектр» из условия задачи.

**4Б. 12.** Дифракционная решетка с периодом  $d = 10^{-5}$  м расположена параллельно экрану на расстоянии  $L = 1,8$  м от него. Максимум какого порядка будет наблюдаться в спектре на экране на расстоянии  $l = 21$  см от центра дифракционной картины при освещении решетки нормально падающим параллельным пучком света с длиной волны  $\lambda = 580$  нм? Считать  $\sin \alpha \approx \alpha$ .

В задаче рассматривается явление дифракции на дифракционной решетке.

Направление на максимум  $k$ -порядка дает уравнение

$$d \sin \alpha_k = k\lambda ;$$

Угол можно определить из соотношения сторон и углов в прямоугольном треугольнике (рисунок поможет):  $\operatorname{tg} \alpha_k = \frac{l}{L}$ .

Полагая  $\operatorname{tg} \alpha_k \approx \sin \alpha_k \approx \alpha_k$  получаем ответ.

**4Б. 13.** На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного покрытия, показатель преломления которого равен  $n = 1,41$  (меньше показателя преломления стекла). На пластинку под углом  $\alpha = 30^\circ$  падает пучок белого света. Какова минимальная толщина покрытия  $d$ , при которой в отраженном свете оно кажется зеленым? Длина волны зеленого света  $\lambda = 0,53$  мкм.

В задаче происходит отражение и преломление света и явление интерференции.

Интерферируют (см. рис. 4.35) волна, отраженная от покрытия и волна, прошедшая «внутрь» покрытия. (Она преломилась на границе воздух-покрытие, отразилась от стекла, затем снова преломилась на границе покрытие-воздух.) Если разность хода этих двух волн равна длине волны, то мы хорошо увидим в отраженном свете свет данной длины. Конечно, будут складываться и волны, разность хода которых – любое целое число длин волн, но нас интересует минимальная толщина, поэтому мы и берем разность хода ровно в одну длину волны.

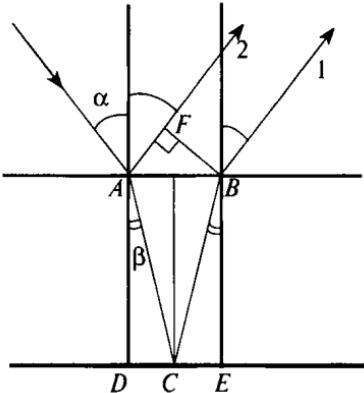


Рис 4.35

Поскольку про толщину стекла и его структуру мы ничего не знаем из условия задачи, то тем светом, который прошел еще «глубже» (внутрь стекла) мы пренебрежем.

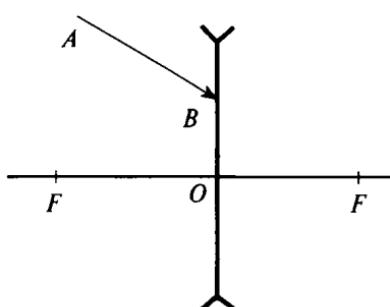
Т.о., план решения следующий: найти разность хода этих двух волн (сразу отразившейся и отразившейся от стекла) и из условия равенства этой разности длине волны зеленого света определить толщину покрытия.

Для вычисления разности хода нужны будут законы отражения, преломления и соотношения между углами и сторонами в прямоугольном треугольнике.

Разность хода лучей 1 и 2 – это разность между длиной ломаной  $ACB$  и длиной отрезка  $AF$ .

$$\Delta = \left( 2 \cdot \frac{d}{\cos \beta} \right) - (2 \cdot d \cdot \tan \beta \cdot \sin \alpha).$$

## 4В. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ



**4В. 1.** Построить ход произвольного луча  $AB$ , падающего на рассеивающую линзу, после преломления в ней. Положение оптической оси линзы и ее фокусов задано (рис. 4.36).

Рис 4.36

**4В. 2.** На боковую грань стеклянного куба, стоящего на столе, села муха. При каком показателе преломления стекла можно найти угол, под которым муха не будет видна через верхнюю грань куба?

**4В. 3.** На горизонтальном дне водоема глубиной 1,2 м лежит плоское зеркало. На каком расстоянии  $L$  от места вхождения луча в воду этот луч снова выйдет на поверхность воды после отражения от зеркала? Угол падения луча  $\alpha = 30^\circ$ , показатель преломления воды  $4/3$ .

**4В. 4.** Сечение стеклянной призмы имеет форму равностороннего треугольника. Луч падает на одну из граней перпендикулярно ей. Найти угол  $\phi$  между падающим лучом и лучом, вышедшим из призмы. Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

**4В. 5.** Велосипедист движется со скоростью  $v = 5 \text{ м/с}$ . Его фотографируют с помощью фотоаппарата, фокусное расстояние объектива которого равно  $F = 10 \text{ см}$ . Определить наибольшую допустимую экспозицию при условии, что размытость изображения на снимке не должна превышать  $d = 0,1 \text{ мм}$ . Расстояние

от аппарата до велосипедиста  $L = 5$  м. В момент фотографирования оптическая ось объектива аппарата перпендикулярна к траектории движения велосипедиста.

**4B. 6.** Предмет находится на расстоянии  $L = 0,9$  м от экрана. Между предметом и экраном помещают линзу, причем при одном положении линзы на экране получается увеличенное изображение, а при другом — уменьшенное. Каково фокусное расстояние  $F$  линзы, если линейные размеры первого изображения в  $k = 4$  раза больше размеров второго?

**4B. 7.** Равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  площадью  $50 \text{ см}^2$  расположен перед тонкой собирающей линзой так, что его катет  $AC$  лежит на главной оптической оси линзы. Фокусное расстояние линзы  $50 \text{ см}$ . Вершина прямого угла  $C$  лежит ближе к центру линзы, чем вершина острого угла  $A$ . Расстояние от центра линзы до точки  $C$  равно удвоенному фокусному расстоянию линзы (рис. 4.37). Постройте изображение треугольника и найдите площадь получившейся фигуры.

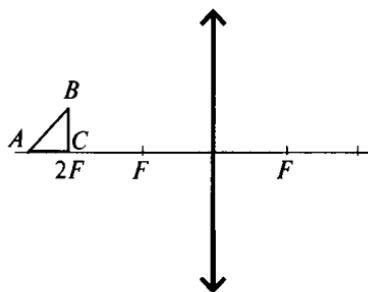


Рис 4.37

**4B. 8.** На собирающую линзу с фокусным расстоянием  $F_1 = 40$  см падает параллельный пучок лучей. Где следует поместить рассевающую линзу с фокусным расстоянием  $F_2 = 15$  см, чтобы пучок лучей после прохождения двух линз остался параллельным?

**4B. 9.** На зеркальный шар падает узкий параллельный пучок света, ось которого проходит через центр шара. Диаметр отраженного от шара пучка, измеренный на расстоянии  $l = 12$  см от центра шара, оказался в  $m = 2$  раза больше диаметра падающего

пучка. Найти радиус шара  $R$ . Углы падения и отражения световых лучей считать малыми.

**4B. 10.** Сходящийся пучок лучей, проходящий через отверстие диаметром  $a = 5$  см в непрозрачной ширме, дает на экране, расположеннем за ширмой на расстоянии  $l = 20$  см, светлое пятно диаметром  $b = 4$  см. После того, как в отверстие вставили линзу, пятно превратилось в точку. Определить фокусное расстояние  $F$  линзы.

**4B. 11.** Выполняя экспериментальное задание, ученик должен был определить период  $d$  дифракционной решетки. С этой целью он направил световой пучок на дифракционную решетку через красный светофильтр, который пропускает свет длиной волны  $\lambda = 0,76$  мкм. Дифракционная решетка находилась от экрана на расстоянии  $L = 1$  м. На экране расстояние между спектрами первого порядка получилось равным  $l = 15,2$  см. Какое значение периода дифракционной решетки было получено учеником? Ответ выразите в микронах (мкм). При малых углах  $\sin \alpha \approx \alpha$ .

**4B. 12.** На дифракционную решетку, имеющую период  $d = 2 \cdot 10^{-5}$  м, падает нормально параллельный пучок белого света. Спектр наблюдается на экране на расстоянии  $L = 2$  м от решетки. Каково расстояние между красным и фиолетовым участками спектра (первой цветной полоски на экране), если длины волн красного и фиолетового света соответственно равны  $\lambda_{kp} = 8 \cdot 10^{-7}$  м и  $\lambda_{\phi} = 4 \cdot 10^{-7}$  м? Считать  $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$ . Ответ выразите в сантиметрах.

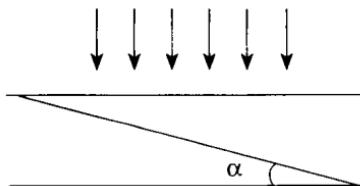


Рис 4.38

**4B. 13.** Покрытое толстым однородным слоем эмульсии зеркало осветили нормально падающим монохроматическим параллельным пучком света. После проявления сделали срез эмульсии под углом  $\alpha = 10^{-3}$  рад к плоскости

зеркала (рис. 4.38). Найти длину волны использованного света, если на срезе наблюдаются под микроскопом полосы с периодом  $b = 0,3$  мм. Усадкой эмульсии пренебречь, показатель преломления эмульсии близок к 1.

## 4Г. ПРОВЕРКА

### 1. Какие физические явления происходят в задаче?

а) Человек с лодки рассматривает дно. Как зависит кажущаяся глубина водоема  $h$  от угла  $i$ , образуемого лучом зрения с вертикалью? Действительная глубина водоема всюду одинакова и равна  $H$ .

б) В жаркие солнечные дни на загородных асфальтированных шоссе водители автомашин часто наблюдают такую картину: некоторые участки асфальта, находящиеся впереди автомашины на расстоянии 80–100 м, кажутся покрытыми лужами. Когда водитель подъезжает ближе к этому месту, «лужи» исчезают и снова появляются впереди на других местах, примерно на том же расстоянии. Как объясняется это явление?

в) Луч белого света падает под углом  $30^\circ$  на призму, преломляющий угол которой  $\phi = 45^\circ$ . Определить угол между крайними лучами спектра по выходе из призмы, если показатели преломления стекла призмы для крайних лучей видимого спектра равны  $n_{\text{kp}} = 1,62$  и  $n_\phi = 1,67$

г) При выдувании мыльного пузыря при некоторой толщине пленки он приобретает радужную окраску. Как это объяснить?

д) Монохроматический точечный источник света в оптической системе, представленной на рис. 4.39, излучает свет с длиной волны 600 нм. Чему равно расстояние между двумя соседними светлыми полосами интерференционной картины на экране в области напротив источника?

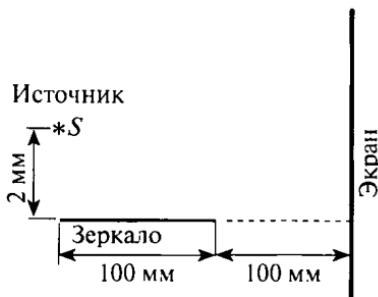


Рис 4.39

**2. Какие физические уравнения необходимы для решения задачи?**

а) Предмет высотой 6 см расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы на расстоянии 30 см от ее оптического центра. Оптическая сила линзы 5 дптр. Найдите высоту изображения предмета.

б) Определить постоянную решетки  $d$ , способной анализировать инфракрасное излучение с длинами волн до  $\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$  см. Излучение падает на решетку нормально.

**3. Проверив размерность, покажите, что данная формула может являться ответом задачи.**

а) Рассеивающая линза с фокусным расстоянием  $F = 12$  см помещена между двумя точечными источниками в два раза ближе к одному из них, чем к другому. Расстояние между изображениями источников получилось равным  $l = 7,8$  см. Найти расстояние между самими источниками  $L$ .

Ответ.  $L = \frac{-9F(F-l) + 3F\sqrt{8F^2 + (F-l)^2}}{4(2F-l)}.$

**4. Какие свойства тонкой линзы нужно использовать, если необходимо построить изображение точки, лежащей на оси линзы? Положение фокусов линзы известно.**

**ВАРИАНТ 1**

1. Почему, сидя у горящего костра, мы видим предметы, расположенные по другую сторону костра, колеблющимися?

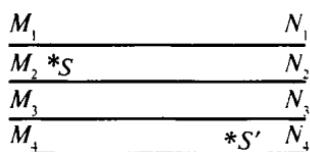


Рис. 4.40

2. На рисунке 4.40 дана светящаяся точка  $S$ , ее изображение  $S'$  и положение главной оптической оси  $M_1N_1$ . Найдите построением оптический центр линзы и главные фокусы.

**3.** Фокусное расстояние собирающей линзы  $F = 10$  см, расстояние от предмета до фокуса  $l = 5$  см, линейные размеры предмета  $h = 2$  см. Определить величину  $H$  изображения. Рассмотреть два случая (действительное и мнимое изображения).

**4.** На поверхность стеклянной призмы нанесена тонкая пленка с показателем преломления  $n_{\text{пл}} < n_{\text{ст}}$ , толщиной  $d = 110$  нм ( $n_{\text{ст}}$  – показатель преломления стекла призмы). На пленку по нормали к ней падает свет длиной волны  $\lambda = 660$  нм. При каком значении показателя преломления пленки  $n_{\text{пл}}$  она будет «просветляющей»?

## ВАРИАНТ 2

**1.** Почему, измеряя угловую высоту небесного тела над горизонтом, мы находим ее большей, чем она есть в действительности?

**2.** На рисунке 4.40 дана светящаяся точка  $S$ , ее изображение  $S'$  и положение главной оптической оси  $M_2N_2$ . Найдите построением оптический центр линзы и главные фокусы.

**3.** Оптическая ось собирающей линзы совпадает с осью светового конуса, образованного сходящимся пучком лучей, а фокус линзы совпадает с вершиной конуса. На каком расстоянии  $f$  от линзы пересекутся лучи после преломления, если оптическая сила линзы  $D = 5$  дптр?

**4.** Дифракционная решетка с периодом  $10^{-5}$  м расположена параллельно экрану на расстоянии 1,8 м от него. Какого порядка максимум в спектре будет наблюдаться на экране на расстоянии 10,44 см от центра дифракционной картины при освещении решетки нормально падающим пучком света длиной волны 580 нм? Считать  $\sin \alpha \approx \tan \alpha$ .

## ВАРИАНТ 3

**1.** Две световые волны, налагаясь друг на друга в определенном участке пространства, взаимно погашаются. Означает ли это, что световая энергия превращается в другие формы?

**2.** На рисунке 4. 40 дана светящаяся точка  $S$ , ее изображение  $S'$  и положение главной оптической оси  $M_3N_3$ . Найдите построением оптический центр линзы и главные фокусы.

**3.** На пути сходящегося пучка лучей поставили собирающую линзу с фокусным расстоянием  $F = 7$  см. В результате лучи сошлись в точке  $A$  на расстоянии  $f = 5$  см от линзы. На каком расстоянии  $l$  от точки  $A$  сойдутся лучи, если линзу убрать?

**4.** На дифракционную решетку, имеющую 500 штрихов на мм, перпендикулярно ей падает плоская монохроматическая волна. Какова длина падающей волны, если спектр 4-го порядка наблюдается в направлении, перпендикулярном падающим лучам? Ответ дайте в нанометрах.

#### **ВАРИАНТ 4**

**1.** Почему тень ног на земле резко очерчена, а тень головы более расплывчата? При каких условиях тень всюду будет одинаково отчетлива?

**2.** На рисунке 4.40 дана светящаяся точка  $S$ , ее изображение  $S'$  и положение главной оптической оси  $M_4N_4$ . Найдите построением оптический центр линзы и главные фокусы.

**3.** Мнимое изображение светящейся точки в рассеивающей линзе находится в два раза ближе к линзе, чем сама точка. Найти положение светящейся точки, если известно, что она лежит на оптической оси линзы. Оптическая сила линзы  $D = -5$  дптр.

**4.** Два полупрозрачных зеркала расположены параллельно друг другу. На них перпендикулярно плоскости зеркал падает световая волна, частота которой  $0,5 \cdot 10^{15}$  Гц. При каком минимальном расстоянии между зеркалами может наблюдаться интерференционный минимум в отраженном свете? Ответ выразите в нанометрах.

## 5. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА. ФОТОЭФФЕКТ. СТРОЕНИЕ АТОМА.

### 5A. РАЗОБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

**5A. 1.** Определите длину волны  $\lambda$  света, которым освещается поверхность металла, если фотоэлектроны имеют кинетическую энергию  $W_k = 4,5 \cdot 10^{-20}$  Дж, а работа выхода электрона из металла равна  $A = 7,6 \cdot 10^{-19}$  Дж.

В задаче рассматривается явление фотоэффекта, которое описывается уравнением Эйнштейна, связывающего энергию фотонов, работу выхода и кинетическую энергию образующихся электронов (фотоэлектронов).

Возможность рассматривать свет и как поток фотонов, и как электромагнитную волну (так называемый корпускулярно-волновой дуализм) дает нам возможность по энергии фотона определить длину волны света.

#### Решение.

Дано:

$$\begin{aligned} W_k &= 4,5 \cdot 10^{-20} \text{ Дж} \\ A &= 7,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \end{aligned}$$

$\lambda - ?$

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:  $h\nu = A + W_k$ ;  $\rightarrow$  частота фотонов (и света)  $\nu = \frac{A + W_k}{h}$ ; длина волны света (и фотонов):  $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{ch}{A + W_k}$ , где  $c$  – скорость света в вакууме.

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{7,6 \cdot 10^{-19} + 4,5 \cdot 10^{-20}} = \frac{3 \cdot 6,63 \cdot 10^{-26}}{(7,6 + 0,45) \cdot 10^{-19}} = \\ &= 2,47 \cdot 10^{-7} = 247 \cdot 10^{-9} \text{ (м)} = 247 \text{ (нм)} \end{aligned}$$

Ответ.  $\lambda = 247$  нм.

**5A. 2.** Найдите абсолютный показатель преломления среды, в которой свет с энергией фотона  $E = 4,4 \cdot 10^{-19}$  Дж имеет длину волны  $\lambda = 300$  нм.

В задаче рассматривается явление преломления света на границе вакуум-среда (т.к. речь идет об **абсолютном** показателе преломления). Преломление света происходит за счет того, что в среде свет распространяется со скоростью меньшей, чем в вакууме. Показатель преломления второй среды по отношению к первой равен отношению скоростей света в первой среде к скорости света во второй.

Поскольку свет можно рассматривать и как поток фотонов, и как электромагнитную волну, то между собой связаны энергия фотона (т.к. она, согласно уравнению Планка, выражается через частоту), длина волны и ее скорость.

*Решение.*

Дано:	СИ	Энергия фотона: $E = h\nu$ ; частота $\nu = \frac{E}{h}$ . Скорость света в среде: $c_{\text{среда}} = \lambda\nu = \frac{\lambda E}{h}$ ; показатель преломления $n = \frac{c}{c_{\text{среда}}}$ , где $c$ – скорость света в вакууме.
$E = 4,4 \cdot 10^{-19}$ Дж $\lambda = 300$ нм $n = ?$	$3 \cdot 10^8$ м	

$$n = c : \frac{\lambda E}{h} = \frac{ch}{\lambda E} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{3 \cdot 10^{-7} \cdot 4,4 \cdot 10^{-19}} = \frac{3 \cdot 6,63 \cdot 10^{-26}}{3 \cdot 4,4 \cdot 10^{-26}} = \frac{6,63}{4,4} = 1,5.$$

*Ответ.*  $n = 1,5$

5A. 3. На рисунке 5.1 представлены несколько энергетических уровней электронной оболочки атома и указаны частоты фотонов, излучаемых и поглощаемых при переходах между этими уровнями. Какова минимальная длина волны фотонов, излучаемых атомом при любых возможных переходах между уровнями  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  и  $E_4$ , если  $\nu_{13} = 7 \cdot 10^{14}$  Гц,  $\nu_{24} = 5 \cdot 10^{14}$  Гц,  $\nu_{32} = 3 \cdot 10^{14}$  Гц?

В задаче рассматривается явление излучения и поглощения фотонов при переходах между энергетическими уровнями электронной оболочки атома. Энергия фотона, излучаемого (поглощаемого) при переходе, равна модулю разности энергий уровней.

В задаче рассматриваются фотоны и как частицы, и как электромагнитная волна. Поэтому связаны между собою энергия фотона, частота и длина волны.

Длина волны обратно пропорциональна частоте  $\left( \lambda = \frac{c}{\nu} \right)$ . Т.е.

минимальная длина волны соответствует максимальной частоте.

Максимальная частота соответствует максимальной разнице энергий между уровнями. По рисунку 5.1 определяем, что это  $|E_4 - E_1|$ .

Решение.

$$\text{Длина волны фотона } \lambda = \frac{c}{\nu}.$$

$$\text{Частота фотона } \nu_{ij} = \frac{|E_i - E_j|}{h} \rightarrow \lambda_{ij} = \frac{ch}{|E_i - E_j|}.$$

$$\lambda_{min} = \frac{c}{\nu_{41}} = \frac{ch}{|E_4 - E_1|};$$

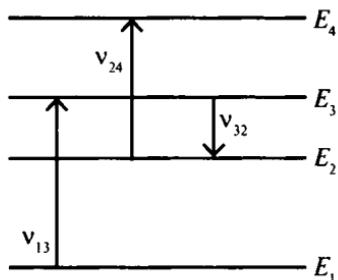


Рис. 5.1

По рисунку:

$$|E_4 - E_1| = |E_3 - E_1| + |E_4 - E_3| - |E_3 - E_2| = h\nu_{13} + h\nu_{13} - h\nu_{13} = h(\nu_{13} + \nu_{24} - \nu_{32});$$

$$\lambda_{min} = \frac{ch}{|E_4 - E_1|} = \frac{c}{\nu_{13} + \nu_{24} - \nu_{32}} = \frac{3 \cdot 10^8}{(7+5-3) \cdot 10^{14}} = \frac{3}{9} \cdot 10^{-6} = 0,33 \cdot 10^{-6} = 330 \cdot 10^{-9} \text{ (м)} = 330 \text{ (нм)}.$$

Ответ.  $\lambda_{min} = 330 \text{ нм.}$

**5А. 4.** В двух опытах по фотоэффекту металлическая пластина облучалась светом с длинами волн соответственно  $\lambda_1 = 350 \text{ нм}$  и  $\lambda_2 = 540 \text{ нм}$ . В этих опытах максимальные скорости фотоэлектронов отличались в  $v_1:v_2 = 2$  раза. Какова работа выхода с поверхности металла?

В задаче рассматривается явление фотоэффекта, которое описывается уравнением Эйнштейна, а корпускулярно-волновой дуализм позволяет нам связать длину волны фотона и его энергию.

Решение.

Дано:	СИ	Энергия фотона $h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ ;
$\lambda_1 = 350 \text{ нм}$	$3,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$ ;
$\lambda_2 = 540 \text{ нм}$	$5,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	
$v_1:v_2 = 2$		T.о., $\frac{hc}{\lambda_1} = A + \frac{mv_1^2}{2}; \quad \frac{hc}{\lambda_2} = A + \frac{mv_2^2}{2}$ ;
$A - ?$		

По условию  $v_1 = 2 \cdot v_2$ ; значит  $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{m(2v_2)^2}{2} = 2mv_2^2$ .

$$\begin{cases} \frac{hc}{\lambda_1} = A + 2mv_2^2 \\ \frac{hc}{\lambda_2} = A + \frac{mv_2^2}{2} \end{cases};$$

Второе уравнение домножим на 4 и вычтем из него первое:

$$\frac{4hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} = 3A;$$

$$A = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{4hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} \right) = \frac{hc}{3} \cdot \left( \frac{4}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right);$$

$$A = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3} \cdot \left( \frac{4}{5,4 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{3,5 \cdot 10^{-7}} \right) = \\ = 6,63 \cdot \left( \frac{4}{5,4} - \frac{1}{3,5} \right) \cdot 10^{-19} = 3 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)}.$$

Ответ.  $A = 3 \cdot 10^{-19}$  Дж

**5А. 5.** Для увеличения яркости изображения слабых источников света используется вакуумный прибор – электронно-оптический преобразователь. В этом приборе фотоны, падающие на катод, выбиваются из него фотоэлектроны, которые ускоряются разностью потенциалов  $\Delta U = 15000$  В и бомбардируют флуоресцирующий экран, рождающий вспышку света при попадании каждого электрона. Длина волны для падающего на катод света  $\lambda_1 = 820$  нм, а для света, излучаемого экраном,  $\lambda_2 = 410$  нм. Во сколько раз  $N$  прибор увеличивает число фотонов, если один фотоэлектрон рождается при падении на катод в среднем  $k = 10$  фотонов? Работу выхода электронов  $A_{\text{вых}}$  принять равной 1 эВ. Считать, что энергия падающих на экран электронов переходит в энергию света без потерь.

В задаче рассматриваются 1) явление фотоэффекта (на катоде); 2) ускорение электронов электрическим полем в вакууме (значит, на электроны действует только сила со стороны электрического поля и нет сил сопротивления движению); 3) преобразование энергии электронов в энергию фотонов (флуоресценция на экране).

Проще всего эту задачу рассмотреть с точки зрения сохранения и преобразования энергии.

При рассматриваемых явлениях происходят следующие преобразования энергии: 1) энергия фотона, падающего на катод, тратится на работу выхода одного электрона и на его кинетическую энергию; 2) кинетическая энергия электрона увеличивается электрическим полем; 3) кинетическая энергия электрона превращается в энергию фотонов при флуоресценции. Электрон, надо полагать, практически останавливается (его кинетическая энергия становится равной нулю), а на сколько же фотонов его энергии хватит, нам и надо выяснить, чтобы узнать ответ задачи.

### Решение.

Дано:	СИ	1) Выясним, с какой энергией электроны вылетают с катода. Для этого используем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu_1 = A_{\text{вых}} + W_0,$ где $W_0$ – кинетическая энергия электронов при вылете с катода. Частота связана с длиной волны: $\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1}; \quad W_0 = \frac{ch}{\lambda_1} - A_{\text{вых}};$
$\Delta U = 15000 \text{ В}$	$8,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	
$\lambda_1 = 820 \text{ нм}$	$4,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	
$\lambda_2 = 410 \text{ нм}$		
$k = 10$		
$A_{\text{вых}} = 1 \text{ эВ}$	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	
$N - ?$		

2) Электрическое поле потенциально, поэтому кинетическая энергия, которую приобретает электрон в этом поле, равна изменению его потенциальной энергии  $e\Delta U$ , где  $e$  – заряд электрона. Его энергия после разгона электрическим полем:

$$W_1 = W_0 + e\Delta U;$$

3) При флуоресценции образуются фотоны с энергией

$$h\nu_2 = \frac{ch}{\lambda_2}.$$

Энергии одного электрона хватит на  $n = \frac{W_1}{h\nu_2}$  фотонов.

Попробуем считать постепенно, т.к. ответ в общем виде малоинформативен:

$$W_0 = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{8,2 \cdot 10^{-7}} - 1,6 \cdot 10^{-19} = \left( \frac{3 \cdot 6,63}{8,2} - 1,6 \right) \cdot 10^{-19} = \\ = 0,826 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)};$$

$$W_1 = 0,826 \cdot 10^{-19} + 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 15000 = 24 \cdot 10^{-16} \text{ (Дж)};$$

Видно, что энергия, которую электрон получил в электрическом поле, много больше той энергии, с которой он покидает катод.

$$h\nu_2 = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{4,1 \cdot 10^{-7}} = \frac{3 \cdot 6,63}{4,1} \cdot 10^{-19} = 4,85 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)}$$

Т.о., энергии одного электрона хватит на

$$n = \frac{W_1}{h\nu_2} = \frac{24 \cdot 10^{-16}}{4,85 \cdot 10^{-19}} = 4950 \text{ фотонов при флуоресценции.}$$

С учетом того, что один электрон появляется на 10 падающих на катод фотонов,  $N = n/10 \approx 500$ .

Ответ.  $N \approx 500$ .

## 5Б. НАБРОСКИ РЕШЕНИЯ

**5Б. 1.** В сосуде находится разреженный атомарный водород. Атом водорода в основном состоянии ( $E_1 = -13,6$  эВ) поглощает фотон и ионизуется. Электрон, вылетевший из атома в результате ионизации, движется вдали от ядра со скоростью  $v = 1000$  км/с. Какова частота поглощенного фотона? Энергией теплового движения атомов водорода пренебречь.

В задаче рассматривается явление фотоионизации. Энергия фотона, поглощенного атомом, тратится на отрыв электрона и на сообщение ему кинетической энергии. «Вдали от ядра» потенциальную энергию электрона в электрическом поле ядра считают равной нулю.

Знак « $-$ » в значении энергии основного состояния атома говорит лишь о том, что эту энергию нужно потратить, чтобы перевести электрон из связанного в свободное состояние.

Частота фотона однозначно определяется его энергией.

Дано:	СИ	Энергия поглощенного фотона:
$E_1 = -13,6$ эВ $v = 1000$ км/с		$E =  E_1  + \frac{mv^2}{2}; E = hv;$
$v = ?$		

**5Б. 2.** Уровни энергии электрона в атоме водорода задаются формулой  $E_n = \frac{13,6}{n^2}$  эВ, где  $n = 1, 2, 3, \dots$ . При переходе атома из состояния  $E_2$  в состояние  $E_1$  атом испускает фотон. Попав на поверхность фотокатода, фотон выбивает фотоэлектрон. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта для материала поверхности фотокатода,  $\lambda_{kp} = 300$  нм. Чему равна максимальная возможная скорость фотоэлектрона?

В задаче рассматриваются 1) явление излучения фотона при переходе атома с одного уровня энергии на другой и 2) явление фотоэффекта.

При переходе атома с одного уровня на другой энергия излученного фотона равна модулю разности энергий этих уровней.

Явление фотоэффекта описывается уравнением Эйнштейна.

Красная граница фотоэффекта для данного материала определяет энергию фотонов, в точности равную работе выхода. Длина волны фотона вполне определяет его энергию, согласно уравнению Планка.

<p>Дано:</p> $E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ эВ}$ $\lambda_{kp} = 300 \text{ нм}$ $v_{max} - ?$	<p>СИ</p> <p>Уравнение Эйнштейна: <math>hv = A + \frac{mv_{max}^2}{2}</math>;</p> <p>Работа выхода: <math>A = hv_{kp} = \frac{hc}{\lambda_{kp}}</math>;</p> <p>Энергия излученного фотона:</p> $hv =  E_2 - E_1 ;$ $v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot (hv - A)} = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot \left(  E_2 - E_1  - \frac{hc}{\lambda_{kp}} \right)}$
---	--

**5Б. 3.** В вакууме находятся два покрытых кальцием электрода, один из которых заземлен. К ним подключен конденсатор емкостью  $C = 10000 \text{ пФ}$ . При длительном освещении катода светом фототок, возникший вначале, прекращается, а на конденсаторе появляется заряд  $q = 10^{-8} \text{ Кл}$ . Работа выхода электронов из кальция  $A = 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . Определите длину волны света, освещавшего катод.

В задаче рассматривается явление фотоэффекта, движение электронов в вакууме и зарядка конденсатора.

Движение электронов (фототок) прекращается, когда на конденсаторе накопится столько заряда, что возникнет разность по-

тенциалов между электродами, для преодоления которой фотоэлектронам не хватит их кинетической энергии.

План решения: 1) по емкости и заряду конденсатора определяем напряжение между электродами; 2) напряжение дает нам максимальную кинетическую энергию электронов; 3) уравнение Эйнштейна для фотоэффекта дает нам возможность определить энергию фотонов, освящающих катод, т.к. работа выхода известна из условия; 4) с помощью уравнения Планка по энергии фотонов определяем длину волны света.

**5Б. 4. Рентгеновская трубка, работающая под напряжением 50 кВ и потребляющая ток 2 мА излучает  $5 \cdot 10^{13}$  фотонов в секунду. Считая среднюю длину волны излучения равной 0,1 нм, найти КПД трубы, т.е. определить, сколько процентов мощности рентгеновского излучения составляет от мощности потребляемого тока.**

В задаче рассматривается электрическая цепь постоянного тока и явление фотоэффекта.

Мощность, потребляемая электрической цепью, определяется законом Джоуля-Ленца.

Мощность рентгеновского излучения равна количеству фотонов, излучаемых в одну секунду, умноженному на энергию одного фотона.

Энергия фотона определяется его длиной волны, согласно уравнению Планка.

Дано:	СИ
$U = 50 \text{ кВ}$	
$I = 2 \text{ мА}$	
$\lambda = 0,1 \text{ нм}$	
$N = 5 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$	
КПД – ?	

**5Б. 5.** Для определения постоянной Планка была составлена цепь (см. рисунок 5.2). Когда скользящий контакт потенциометра  $\Pi$  находится в крайнем левом положении, чувствительный гальванометр  $\Gamma$  регистрирует слабый фототок при освещении фотоэлемента  $\Phi$ . Передвигая скользящий контакт вправо, постепенно увеличивают запирающее напряжение до тех пор, пока в цепи не прекратится фототок. При освещении фотоэлемента светом с частотой  $v_1 = 750 \cdot 10^{12}$  Гц запирающее напряжение  $U_1 = 2$  В, а при освещении светом с частотой  $v_2 = 390 \cdot 10^{12}$  Гц запирающее напряжение  $U_2 = 0,5$  В. Какое значение постоянной Планка было получено на опыте?

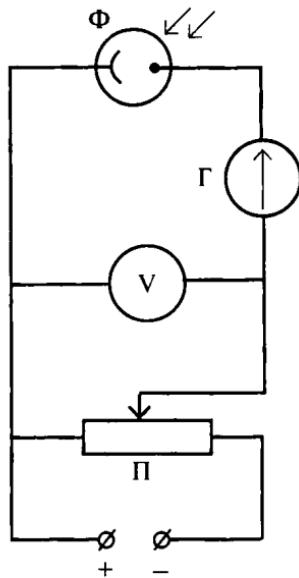


Рис. 5.2

В задаче рассматривается явление фотоэффекта и движение электронов в вакуумной трубке.

Фототок прекращается, когда кинетической энергии фотоэлектронов не хватает для преодоления разности потенциалов между электродами трубыки.

Дано:

$$\begin{aligned}v_1 &= 750 \cdot 10^{12} \text{ Гц} \\U_1 &= 2 \text{ В} \\v_2 &= 390 \cdot 10^{12} \text{ Гц} \\U_2 &= 0,5 \text{ В}\end{aligned}$$

$h - ?$

- 1) запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта в первом и втором случаях;
- 2) кинетическую энергию фотоэлектронов выразим через запирающее напряжение;
- 3) исключая из полученной системы работу выхода, получим выражение для постоянной Планка.

## 5В. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

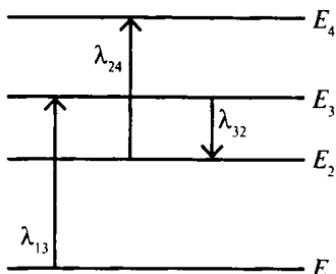


Рис. 5.3

**5В. 1.** На рисунке 5.3 изображены энергетические уровни атома и указаны длины волн фотонов, излучаемых и поглощаемых при переходах с одного уровня на другой. Какова длина волны для фотонов, излучаемых при переходе с уровня  $E_4$  на уровень  $E_1$ , если  $\lambda_{13} = 400$  нм,  $\lambda_{24} = 500$  нм,  $\lambda_{32} = 600$  нм?

**5В. 2.** При облучении паров ртути электронами энергия атома ртути увеличивается на  $E = 4,9$  эВ. Какова длина волны излучения, которое испускают атомы при переходе в невозбужденное состояние?

**5В. 3.** Фотокатод облучают светом, длина волны которого  $\lambda = 300$  нм. Красная граница фотоэффекта для вещества фотокатода  $\lambda_0 = 400$  нм. Какое напряжение  $U$  нужно приложить между анодом и катодом, чтобы фототок прекратился?

**5Б. 4.** Работа выхода для цинка составляет 3,5 эВ. Возникнет ли фотоэффект под действием излучения, имеющего длину волны 0,45 мкм?

**5Б. 5.** Тренированный глаз, длительно находящийся в темноте, воспринимает свет с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм при мощности не менее  $W = 2,1 \cdot 10^{-17}$  Вт. Сколько фотонов в этом случае попадает на сетчатку за 1 с?

## 5Г. ПРОВЕРКА

### 1. Какие физические законы нужно использовать в задаче?

а) Пластина из никеля облучается светом, энергия фотона которого равна 13 эВ. При этом в результате фотоэффекта вылетают электроны с энергией 8,5 эВ. Какова красная граница фотоэффекта?

б) Разница между третьим и четвертым энергетическими уровнями некоторого атома составляет  $\Delta E = 1,7$  эВ. Какой импульс приобретает атом при переходе с третьего на четвертый уровень с излучением фотона?

### 2. Проверив размерность, докажите, что данная формула может являться ответом задачи.

а) Детектор полностью поглощает падающий на него свет с длиной волны  $\lambda = 515$  нм. За время  $t = 3,7$  с детектор поглощает  $N = 5 \cdot 10^5$  фотонов. Какова поглощаемая детектором мощность?

*Ответ.* 
$$\frac{hc}{\lambda t} N$$
, где  $c$  – скорость света в вакууме.

б) Разница между третьим и четвертым энергетическими уровнями некоторого атома составляет  $\Delta E = 1,7$  эВ. Какой импульс приобретает атом при переходе с третьего на четвертый уровень с излучением фотона?

*Ответ.* 
$$\frac{\Delta E}{c}$$

### 3. Чего не хватает в условии задачи?

а) При освещении ультрафиолетовым светом поверхности металла с работой выхода 3,13 эВ выбиваются электроны. Чему равна максимальная скорость фотоэлектронов?

б) Детектор полностью поглощает падающий на него свет с длиной волны  $\lambda = 515$  нм. За время  $t = 3,7$  с детектор поглощает  $N = 5 \cdot 10^5$  фотонов. Каково давление света на детектор?

## **ВАРИАНТ 1**

**1.** Как изменяется энергия фотоэлектронов при увеличении интенсивности падающего света?

**2.** Определить длину волны лучей света, кванты которых имеют такую же энергию, что и электрон, пролетевший разность потенциалов 4,1 В.

**3.** Уровни энергии электрона в атоме водорода задаются формулой  $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$  эВ, где  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Определить длину света, поглощаемого при переходе со второго на третий уровень.

**4.** Чему равна длина волны  $\lambda_k$ , соответствующая красной границе фотоэффекта, если при облучении металлической пластиинки светом длиной волны  $\lambda = 330$  нм максимальная скорость выбивающихся электронов составляет 800 км/с?

## **ВАРИАНТ 2**

**1.** Сравнить давление света на идеально белую и идеально черную поверхность при прочих равных условиях.

**2.** Найти массу и импульс фотонов для инфракрасных ( $\nu = 10^{12}$  Гц) и рентгеновских ( $\nu = 10^{18}$  Гц) лучей.

**3.** Уровни энергии электрона в атоме водорода задаются формулой  $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$  эВ, где  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Определить длину света, поглощаемого при переходе со второго на четвертый уровень.

**4.** При освещении светом с длиной волны  $\lambda = 280$  нм металлического проводника с работой выхода 3 эВ выбиваются электроны. Чему равна максимальная скорость фотоэлектронов?

### ВАРИАНТ 3

1. По графику зависимости величины запирающего напряжения от частоты облучающего света для двух разных материалов фотокатода (рис. 5.4) определить, какой из них имеет большую работу выхода.

2. Найти длину волны и частоту излучения, масса фотонов которого равна массе покоя электрона. Какого типа это излучение?

3. Уровни энергии электрона в атоме водорода задаются формулой  $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$  эВ, где  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Определить длину света, излучаемого при переходе со второго на первый уровень.

4. Какова длина волны света, которым нужно облучать металлическую пластинку, чтобы максимальная скорость выбиваемых фотоэлектронов была равна 1000 км/с? Длина волны, соответствующая красной границе фотоэффекта, составляет 400 нм.

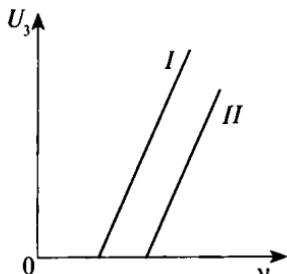


Рис. 5.4

### ВАРИАНТ 4

1. Два источника света излучают волны, длины которых  $\lambda_1 = 313$  нм и  $\lambda_2 = 717$  нм. Чему равно отношение скоростей фотонов, излучаемых первым и вторым источником?

2. Каков импульс фотона, энергия которого равна 4 эВ? А какова его скорость в вакууме?

3. Уровни энергии электрона в атоме водорода задаются формулой  $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$  эВ, где  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Определить длину света, излучаемого при переходе с четвертого на второй уровень.

4. При освещении металлического проводника светом с длиной волны  $\lambda = 450$  нм выбиваются электроны. Чему равна максимальная скорость фотоэлектронов, если длина волны, соответствующей красной границе фотоэффекта  $\lambda_k = 300$  нм?

## 6. ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА. СТРОЕНИЕ ЯДРА. РАДИОАКТИВНОСТЬ. ЗАКОН РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА.

### 6А. РАЗОБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

6А. 1. Написать ядерную реакцию, происходящую при бомбардировке алюминия ( $^{27}_{13}Al$ )  $\alpha$ -частицами и сопровождающуюся выбиванием протона.

В задаче рассматривается ядерная реакция.

#### Решение.

В ядерных реакциях выполняются несколько законов сохранения. Мы будем использовать закон сохранения заряда (алгебраическая сумма электрических зарядов частиц до реакции и после реакции одна и та же) и закон сохранения количества нуклонов (суммарное количество протонов и нейтронов – т.н. массовое число – одно и то же до и после реакции). Правда, закон сохранения количества нуклонов выполняется при относительно небольших энергиях исходных частиц. Если, скажем, сталкивающиеся частицы имеют кинетическую энергию больше, чем масса покоя пары протон-антипротон, то возможно рождение такой пары  $\odot$ . Но такие большие энергии мы рассматривать не будем, что позволит нам опираться на два закона сохранения.

В рассматриваемой задаче сталкиваются ядро алюминия ( $^{27}_{13}Al$ ) и  $\alpha$ -частица.  $\alpha$ -частица – это ядро атома гелия, состоящее из двух протонов и двух нейтронов:  $^4_2He$ , т.е. всего четыре нуклона. Ядро алюминия содержит 13 протонов, всего 27 нуклонов.

Получается неизвестное ядро и протон. Протон – это ядро атома водорода  $^1H$ , всего один нуклон.

Пусть у неизвестного ядра зарядовое число (количество протонов) равно  $Z$ , а массовое число (количество нуклонов) равно  $A$ . Запишем тогда закон сохранения заряда:

$$13 + 2 = Z + 1;$$

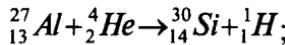
и закон сохранения количества нуклонов:

$$27 + 4 = A + 1.$$

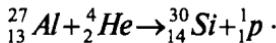
Отсюда получаем, что неизвестное ядро содержит  $Z = 14$  протонов и  $A = 30$  нуклонов.

Для того, чтобы выяснить, какое же ядро получилось, обратимся к таблице Менделеева. Поскольку ядро содержит 14 протонов, то ищем в таблице ячейку номер 14. Ага! Это кремний! Мы получили его зарядовое число — 14, а массовое число — 30.

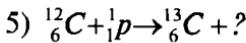
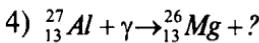
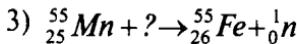
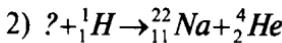
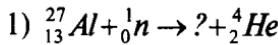
Теперь можно записать ядерную реакцию:



Допускается вместо ядра водорода  $_1^1H$  писать в реакции обозначение протона  $_1^1p$ :



**6А.2. Написать недостающие обозначения в следующих ядерных реакциях:**

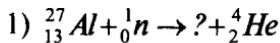


*Решение.*

В ядерных реакциях выполняются закон сохранения заряда и закон сохранения количества нуклонов (с учетом ограничений, описанных в задаче 6А. 1).

Обозначим буквой  $Z$  зарядовое число неизвестного ядра (количество протонов в нем), а буквой  $A$  – количество нуклонов.

И запишем закон сохранения заряда и закон сохранения количества нуклонов.



Ядро  ${}_{13}^{27}Al$  содержит 13 протонов и 27 нуклонов; ядро  ${}_2^4He$  – 2 протона, 4 нуклона;  ${}_0^1n$  – это нейтрон: ноль протонов, один нуклон.

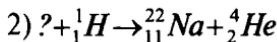
$$13 + 0 = Z + 2;$$

$$27 + 1 = A + 4;$$

Получаем  $Z = 11$ ;  $A = 24$ .

Заглянем в таблицу Менделеева, в ячейку № 11: это натрий!

Ответ.  ${}_{11}^{24}Na$



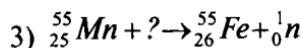
Ядро  ${}_1^1H$  содержит один протон, один нуклон; ядро  ${}_{11}^{22}Na$  содержит 11 протонов, 22 нуклона; ядро  ${}_2^4He$  – 2 протона, 4 нуклона.

$$Z + 1 = 11 + 2;$$

$$A + 1 = 22 + 4;$$

Получаем  $Z = 12$ ,  $A = 25$ . Заглянем в таблицу Менделеева: это магний с массовым числом 25!

Ответ.  ${}_{12}^{25}Mg$



Ядро  ${}_{25}^{55}Mn$  содержит 25 протонов, 55 нуклонов; ядро  ${}_{26}^{55}Fe$  – 26

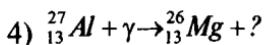
протонов, 55 нуклонов;  ${}_0^1n$  – это нейтрон: ноль протонов, один нуклон.

$$25 + Z = 26 + 0;$$

$$55 + A = 55 + 1;$$

Получаем  $Z = 1$ ;  $A = 1$ . Можно и не заглядывать в таблицу Менделеева: это протон, или ядро водорода.

Ответ.  ${}_1^1H$



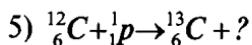
$\gamma$  – это фотон, поэтому и заряд, и число нуклонов для этой частицы равны нулю. Ядро  ${}_{13}^{27}Al$  содержит 13 протонов, 27 нуклонов; ядро  ${}_{12}^{26}Mg$  содержит 12 протонов, 26 нуклонов

$$13 + 0 = 12 + Z;$$

$$27 + 0 = 26 + A;$$

Получаем  $Z = 1$ ;  $A = 1$ . В таблицу Менделеева можно не заглядывать, т.к. это просто один протон.

Ответ.  ${}_1^1p$



Ядро  ${}_{6}^{12}C$  содержит 6 протонов и 12 нуклонов; ядро  ${}_{6}^{13}C$  содержит 6 протонов и 13 нуклонов (т.е. на один нейтрон больше);  ${}_1^1p$  – это один протон, один нуклон.

$$6 + 1 = 6 + Z;$$

$$12 + 1 = 13 + A;$$

Действуя по привычной схеме, получаем из первого уравнения  $Z = 1$ , из второго  $A = 0$ . Поскольку количество нуклонов

равно нулю, то частица, которая возникает в реакции, не является ядром! Бесполезно искать ее в таблице Менделеева... Т.о., частица, которая получается в реакции, не является ядром, но имеет электрический заряд, равный +1. Что бы это могло быть? К несчастью, таких частиц много! Но, с другой стороны, в школе изучают только одну такую частицу. Это позитрон – антиэлектрон. Его обозначают  ${}_{+1}^0 e$ . А такая реакция называется  $\beta^+$ -распадом, в отличие от  $\beta$ -распада, когда появляется электрон.

Ответ. Позитрон,  ${}_{+1}^0 e$ .

**6А. 3. Найти наименьшую энергию  $\gamma$ -кванта, необходимую для осуществления следующей реакции:  ${}_{1}^2 H + \gamma \rightarrow {}_{1}^1 H + {}_{0}^1 n$**

Решение.

В задаче рассматривается ядерная реакция, идущая с поглощением энергии: ядро дейтерия  ${}_{1}^2 H$ , поглотив фотон, распадается на протон (ядро водорода  ${}_{1}^1 H$ ) и нейтрон. Энергия необходима, чтобы преодолеть силы притяжения между протоном и нейтроном, обусловленные сильным взаимодействием. Минимальная энергия, которая для этого необходима, равна энергии связи в ядре дейтерия.

Энергию связи легко найти, если вычислить дефект массы этого ядра: вычесть из суммы масс частиц, из которых это ядро состоит (протона и нейтрона), массу ядра дейтерия и воспользоваться знаменитым уравнением Эйнштейна  $E = mc^2$ .

Масса ядра дейтерия (из справочных таблиц):

$$m_D = 2,0141 \text{ а.е.м.};$$

$$\text{масса протона } m_p = 1,00783 \text{ а.е.м.};$$

$$\text{масса нейтрона } m_n = 1,00866 \text{ а.е.м.}$$

Дефект массы:

$$\Delta m = (m_p + m_n) - m_D;$$

$$\Delta m = (1,00783 + 1,00866) - 2,0141 = 0,00322 \text{ (а.е.м.)}$$

Зная, что согласно уравнению Эйнштейна 1 а.е.м. = 931 МэВ, получаем минимальную энергию  $\gamma$ -фотона:  $931 \cdot 0,00322 = 3,0$  (МэВ).

Обратите внимание, что при вычислении дефекта масс нужно сохранять как минимум 4 знака после запятой! Это связано с тем, что 1 а.е.м. = 931 МэВ, а энергия связи – всего несколько МэВ, т.е. сотые и тысячные доли от 1 а.е.м.

Зная, что 1 МэВ =  $1,6 \cdot 10^{-13}$  Дж, можно выразить энергию фотона в джоулях:  $4,8 \cdot 10^{-13}$  Дж.

Ответ. 3,0 МэВ или  $4,8 \cdot 10^{-13}$  Дж.

**6А. 4.** Период полураспада  $\pi$ -мезона 26 нс. За какое время (по часам земного наблюдателя) распадется 90 %  $\pi$ -мезонов, движущихся со скоростью 0,6с?

Решение.

В задаче рассматривается явление распада элементарной частицы и релятивистское замедление времени (т.к. скорость частицы сравнима со скоростью света).

Период полураспада – это время, за которое количество распадающихся частиц уменьшается в два раза.

Количество нераспавшихся частиц описывается с помощью показательной функции:

$N = N_0 \cdot 2^{-t/\tau}$ , где  $N_0$  – начальное количество частиц;  $\tau$  – период полураспада.

Поскольку  $\pi$ -мезоны движутся с большой скоростью, то для неподвижного наблюдателя происходит замедление времени в

$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$  раз. Значит, для земного наблюдателя  $\pi$ -мезоны имеют

период полураспада:  $\tau_i = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ , т.е. они «живут» дольше!

Если распадается 90 %  $\pi$ -мезонов, то останется их только 10 %, т.е.  $N = 0,1N_0$ .

Т.о.,

$$0,1N_0 = N_0 2^{-t/\tau_1};$$

$$0,1 = 2^{-t/\tau_1};$$

Логарифмируем обе части:

$$\ln(0,1) = \ln(2^{-t/\tau_1});$$

Используем свойства логарифма:

$$-\ln 10 = -\frac{t}{\tau_1} \ln 2;$$

$$t = \tau_1 \frac{\ln 10}{\ln 2} = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot \frac{\ln 10}{\ln 2}.$$

Вычислим (исходный период полураспада нет необходимости переводить в секунды; нужно только помнить, что ответ тогда тоже будет в наносекундах):

$$t \approx \frac{26}{\sqrt{1 - (0,6)^2}} \cdot \frac{2,30}{0,69} = 108 \text{ (нс)}$$

Ответ. 108 нс

**6А.5.** Написать реакцию  $\alpha$ -распада радия ( $^{226}_{88}Ra$ ). Сравнить импульсы и кинетические энергии образовавшихся ядер, считая, что до распада ядро радия покоилось.

Решение.

В задаче рассматривается  $\alpha$ -распад — ядерная реакция, в которой образуется  $\alpha$ -частица (ядро гелия  $^4_2He$ ) и неизвестное ядро.

Импульсы и энергии образовавшихся ядер можно найти, используя закон сохранения импульса и закон сохранения энергии.

Итак, определим неизвестное ядро, получающееся в реакции.

В ядерных реакциях выполняются закон сохранения заряда и закон сохранения количества нуклонов (помним об ограничениях, описанных в задаче 6А. 1).

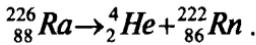
Обозначим буквой  $Z$  количество протонов в неизвестном ядре, а буквой  $A$  – количество нуклонов.

И запишем закон сохранения заряда и закон сохранения количества нуклонов. В ядре  $^{226}_{88}Ra$  – 88 протонов, 226 нуклонов; в ядре  $^4_2He$  – 2 протона, 4 нуклона.

$$88 = 2 + Z;$$

$$226 = 4 + A;$$

Получаем  $Z = 86$ ;  $A = 222$ ; посмотрим в таблице Менделеева: это радон с массовым числом 222,  $^{222}_{86}Rn$ .



Закон сохранения импульса можно применять, если система замкнута, т.е. сумма внешних сил равна нулю. В условии задачи нет никаких намеков, что это условие не выполнено. Т.о., закон сохранения импульса дает нам возможность определить импульсы продуктов реакции.

Поскольку по условию ядро радия до  $\alpha$ -распада покоилось, то его импульс был равен нулю.

Значит, сумма импульсов ядер гелия ( $\vec{p}_{He}$ ) и радона ( $\vec{p}_{Rn}$ ) равна нулю, поскольку в соответствии с законом сохранения импульса она равна импульсу системы в исходном состоянии. Поскольку импульс – это векторная величина, то такое возможно, только если импульсы равны по модулю и противоположны по направлению:

$$\overset{\rightarrow}{p_{He}} = -\overset{\rightarrow}{p_{Rn}}.$$

Считая, что скорости ядер малы, т.е. можно пренебречь релятивистскими эффектами, заключаем, что:

$m_{He}v_{He} = m_{Rn}v_{Rn}$ , где  $v_{He}$  и  $v_{Rn}$  — модули скоростей ядер гелия и радона.

И скорости ядер относятся обратнопропорционально их массам:

$$\frac{v_{He}}{v_{Rn}} = \frac{m_{Rn}}{m_{He}};$$

Таким образом, отношение кинетических энергий ядер:

$$E_{He} : E_{Rn} = \frac{m_{He}v_{He}^2}{2} : \frac{m_{Rn}v_{Rn}^2}{2} = \frac{m_{He}v_{He}^2}{m_{Rn}v_{Rn}^2} = \frac{m_{He}}{m_{Rn}} \cdot \left( \frac{m_{Rn}}{m_{He}} \right)^2 = \frac{m_{Rn}}{m_{He}}$$

Если пренебречь дефектом массы, то массу ядра можно считать равной массовому числу (в а.е.м.). Это можно сделать, т.к. энергия 1 а.е.м. = 931 МэВ, а энергия связи на один нуклон в ядре радона много меньше этой величины (около 8 МэВ), и у гелия то же самое (около 7 МэВ). Это легко можно определить по рисунку из учебника (или справочника по физике), где изображена зависимость удельной энергии связи от массового числа.

$$E_{He} : E_{Rn} = \frac{m_{Rn}}{m_{He}} = \frac{222}{4} = 55,5$$

Ответ. В реакции получается ядро радона  $^{226}_{88}Ra$ ; импульсы ядер радона и гелия равны по модулю и противоположны по направлению, кинетическая энергия ядра гелия примерно в 55,5 раз больше кинетической энергии ядра радона.

## 6Б. НАБРОСКИ РЕШЕНИЯ

**6Б. 1.** При бомбардировке ядер азота ( $^{14}_7N$ ) нейtronами из образовавшегося ядра выбрасывается протон. Написать реакцию. Полученное ядро оказывается  $\beta$ -радиоактивным. Написать происходящую при этом реакцию.

В задаче рассматриваются две ядерные реакции. В первой взаимодействуют ядро азота  $^{14}_7N$  и нейtron ( $^1_0n$ ), при этом получается протон ( $^1_1H$ ) и неизвестное ядро.

Количество протонов и нейтронов в этом ядре можно найти, используя законы сохранения заряда и количества нуклонов. Заглянув в таблицу Менделеева в ячейку с номером, равным количеству протонов, можно определить, какому элементу принадлежит это ядро.

Вторая реакция – это реакция с образованием  $\beta$ -частиц, т.е. электронов ( ${}_{-1}^0e$ ), у которых зарядовое число равно  $-1$ , а количество нуклонов равно нулю.

**6Б. 2. Найти энергию связи, приходящуюся на один нуклон в ядре  ${}_{13}^{27}Al$ .**

Энергию связи ядра можно вычислить, найдя дефект масс ядра, т.е. разность между суммой масс протонов и нейтронов, слагающих ядро, и массой ядра. Масса ядра  ${}_{13}^{27}Al$  равна 26,8146 а.е.м. (из справочных таблиц).

**6Б. 3. Поглощается или выделяется энергия в следующей ядерной реакции:  ${}_{3}^6Li + {}_{1}^1H \rightarrow {}_{2}^4He + {}_{2}^3He$**

В задаче рассматривается ядерная реакция. Энергетический выход реакции – это разность энергий покоя ядер до реакции и после реакции.

Массу ядра можно посмотреть в справочнике по физике.

**6Б. 4. Период полураспада мю-мезона составляет  $2,2 \cdot 10^{-6}$  с. Через какое время останется 30 % мю-мезонов, движущихся со скоростью  $0,7c$ , по часам неподвижного наблюдателя?**

В задаче рассматривается явление распада элементарной частицы и релятивистское замедление времени (т.к. скорость частицы сравнима со скоростью света).

Количество нераспавшихся частиц описывается показательной функцией:

$$N = N_0 \cdot 2^{-t/\tau}, \text{ где } \tau - \text{период полураспада.}$$

Поскольку мю-мезоны движутся с большой скоростью, то для неподвижного наблюдателя происходит замедление времени в  $\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$  раз.

$$\sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

**6Б. 5.** Препарат активностью  $N = 2,7 \cdot 10^{11}$  частиц в секунду помещен в свинцовый контейнер массой  $m = 0,5$  кг. На сколько повысилась температура контейнера за  $t = 1$  ч, если известно, что данное радиоактивное вещество испускает  $\alpha$ -частицы энергией  $E = 5,3$  МэВ? Считать, что энергия всех  $\alpha$ -частиц полностью переходит во внутреннюю энергию контейнера. Теплоемкостью препарата и теплообменом с окружающей средой пренебречь.

В задаче рассматривается выделение энергии при радиоактивном распаде и нагрев твердого тела.

Т.к. теплообменом с окружающей средой и теплоемкостью препарата мы пренебрегаем, то вся энергия, выделяющаяся радиоактивным веществом, идет на нагрев контейнера.

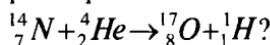
Теплоемкость свинца можно посмотреть в справочнике по физике ( $c_{ph} = 130$  Дж/кг·град).

## 6В. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

**6В. 1.** При бомбардировке изотопа бора ( ${}^1_5B$ )  $\alpha$ -частицами образуется изотоп азота  ${}^{13}_7N$ . Какая при этом выбрасывается частица? Изотоп азота  ${}^{13}_7N$  является радиоактивным, дающим позитронный распад. Написать реакцию.

**6В. 2.** Найти энергию связи, приходящуюся на один нуклон в ядре  ${}^{16}_8O$ .

**6В. 3.** Поглощается или выделяется энергия в следующей ядерной реакции:



**6В. 4.** Период распада нейтрального  $\pi$ -мезона составляет  $0,8 \cdot 10^{-16}$  с. Через какое время останется 40 %  $\pi$ -мезонов, движущихся со скоростью  $0,8c$ , по часам неподвижного наблюдателя?

**6В. 5.** Радиоактивный препарат помещен в алюминиевый контейнер массой  $m = 0,45$  кг. За  $t = 2$  ч температура контейнера повысилась на  $\Delta T = 5,1$  К. Известно, что данное радиоактивное вещество испускает  $\alpha$ -частицы энергией  $\epsilon = 5,2$  МэВ. Считать, что энергия всех  $\alpha$ -частиц полностью переходит во внутреннюю энергию контейнера. Найдите активность препарата  $N$ , т.е. количество  $\alpha$ -частиц, рождающихся в нем за 1 с. Теплоемкостью препарата и теплообменом с окружающей средой пренебречь.

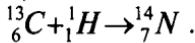
## 6Г. ПРОВЕРКА

### 1. Какие законы необходимо применить для решения задачи?

- а) Какая вторая частица образуется в ходе реакции термоядерного синтеза  ${}_1^2H + {}_{1}^2H \rightarrow {}_2^3He + \dots$  ?
- б) Радиоактивный изотоп имеет период полураспада 10 мин. Сколько ядер из 1000 ядер этого изотопа испытает радиоактивный распад за 20 мин?
- в)  $\pi_0$ -мезон массой  $m = 2,4 \cdot 10^{-28}$  кг распадается на два  $\gamma$ -кванта. Найдите модуль импульса одного из образовавшихся  $\gamma$ -квантов в системе отсчета, где первичный  $\pi_0$ -мезон покоялся.
- г) Радиоактивный изотоп радия  ${}_{88}^{226}Ra$  испытывает  $\alpha$ -распад, в результате чего получается радиоактивный радон  ${}_{86}^{222}Rn$ . В пробирке объемом  $V = 1$  см<sup>3</sup> находятся  $m_{Ra} = 1$  мг радия и газообразный радон при температуре  $T = 300$  К. При этом количество радона в пробирке таково, что число его атомов с течением времени остается неизменным. Найти парциальное давление радона в пробирке. Периоды полураспада радия и радона принять равными  $\tau_1 = 1600$  лет и  $\tau_2 = 3,8$  суток соответственно.

## 2. Какие физические явления происходят в задаче?

а) Вычислите энергетический выход ядерной реакции



б) Для замедления быстрых нейтронов можно использовать, например, тяжелую воду или углерод. В каком из этих замедлителей нейtron испытает большее число столкновений, пока его скорость не снизится до тепловой?

в) Свободное покоящееся ядро иридия  $^{191}_{77}Ir$  переходит из возбужденного состояния в основное, испуская  $\gamma$ -квант. Найти кинетическую энергию, которую приобрело ядро, если его энергия возбуждения  $E = 129$  кЭв.

## 3. Проверкой размерности докажите, что данная формула не может являться ответом задачи.

а) Найти наименьшую частоту  $v$  электромагнитного излучения, способного вызвать рождение пары частиц «электрон + позитрон».

Ответ.  $v = \frac{2m_e c}{h}$ , где  $c$  – скорость света,  $m_e$  – масса электрона,

$h$  – постоянная Планка.

## 4. Каких данных не хватает для решения задачи? (или авторы неявно подразумевают.)

а) Радиоактивный изотоп радия  $^{226}_{88}Ra$  испытывает  $\alpha$ -распад, в результате чего получается радиоактивный радон  $^{222}_{86}Rn$ . В пробирке объемом  $V = 1$  см<sup>3</sup> находятся  $m_{Ra} = 1$  мг радия и газообразный радон при температуре  $T = 300$  К. При этом количество радона в пробирке таково, что число его атомов с течением времени остается неизменным. Найти парциальное давление радона в пробирке. Периоды полураспада радия и радона принять равными  $\tau_1 = 1600$  лет и  $\tau_2 = 3,8$  суток соответственно.

б) Найти длину волны  $\lambda$  электромагнитного излучения, способного вызвать рождение пары частиц «электрон + позитрон».

## ВАРИАНТ 1

- Изменяются ли массовое число, масса и порядковый номер элемента при испускании ядром  $\gamma$ -кванта?
- Пользуясь таблицей Менделеева, определите число протонов и нейтронов в ядрах атомов золота и серебра (для самых распространенных изотопов).
- Написать ядерную реакцию, происходящую при бомбардировке бора ( $^{11}_5B$ )  $\alpha$ -частицами и сопровождающуюся выбиванием нейтронов.
- Какая энергия выделяется при ядерной реакции  
$${}^7_3Li + {}^2_1H \rightarrow {}^8_4Be + {}^1_0n$$
?

## ВАРИАНТ 2

- У какого из элементов самый большой период полураспада (см. рис 6.1)?

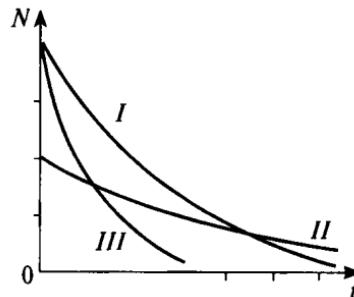
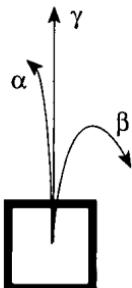


Рис. 6.1

- Пользуясь таблицей Менделеева, определите число протонов и нейтронов в ядрах атомов платины и осмия (для самых распространенных изотопов).
- Написать уравнение  $\alpha$ -распада ядра нептуния  ${}^{237}_{93}Np$ .
- Какую минимальную энергию должна иметь  $\alpha$ -частица для осуществления реакции  
$${}^7_3Li + {}^4_2He \rightarrow {}^{10}_5B + {}^1_0n$$
?

## ВАРИАНТ 3



1. Как направлена индукция магнитного поля, чтобы наблюдалось указанное на рисунке 6.2 отклонение частиц?

Рис. 6.2

2. Пользуясь таблицей Менделеева, определите число протонов и нейтронов в ядрах атомов селена и теллура (для самых распространенных изотопов).

3. При бомбардировке ядер железа ( $^{56}_{26}Fe$ ) нейтронами образуется  $\beta$ -радиоактивный изотоп марганца с атомной массой 56. Напишите реакцию получения искусственно радиоактивного марганца и реакцию происходящего с ним  $\beta$ -распада.

4. Поглощая фотон  $\gamma$ -излучения с длиной волны  $\lambda = 4,7 \cdot 10^{-13}$  м, ядро дейтерия распадается на протон и нейtron. Вычислите суммарную кинетическую энергию образовавшихся частиц.

## ВАРИАНТ 4

1. Где больше длина пробега  $\alpha$ -частицы: у поверхности земли или в верхних слоях атмосферы?

2. Пользуясь таблицей Менделеева, определите число протонов и нейтронов в ядрах атомов аргона и фтора (для самых распространенных изотопов).

3. Написать ядерную реакцию, происходящую при бомбардировке бериллия ( $^{9}_{4}Be$ )  $\alpha$ -частицами и сопровождающуюся выбиванием нейтронов.

4. При аннигиляции электрона и позитрона образуется два одинаковых  $\gamma$ -кванта. Найти длину волны этого излучения, пренебрегая кинетической энергией частиц до реакции.

## 7. ОТВЕТЫ

1Б.1	$P = I_2^2 \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1} = 12 \text{ Вт}$	1Б.1	$r = 7 \text{ Ом}$
1Б.2	$\frac{P_{\text{посл}}}{P_{\text{парал}}} = \left( \frac{r + R/2}{r + 2R} \right)^2 \cdot 4 \cong 1,56$	1Б.2	Последовательно, т.к. $\frac{P_{\text{посл}}}{P_{\text{парал}}} = \frac{4 \cdot (R + r/2)^2}{(R + 2r)^2} \cong 1,8$
1Б.3	$r = 6 \text{ Ом}$	1Б.3	$P_1 = \frac{1}{3} P; P_2 = \frac{2}{3} P$
1Б.4	$P_{\text{max}} = 4,5 \text{ Вт}$	1Б.4	Напряжение уменьшится на $\Delta U = 17,7 \text{ В};$ $ \Delta U  = \frac{\epsilon R_a \frac{R}{2}}{(R_a + R) \left( R_a + \frac{R}{2} \right)};$ где $R = \frac{U^2}{P}; R_a = \rho \frac{2L}{S}$
1Б.5	$L = \sqrt{\frac{U^2 t}{c \rho \rho_3 \Delta T}} \cong 5,1 \text{ м}$	1Б.5	$t = \frac{(c(t_{\text{кин}} - t_0) + \lambda) \rho V}{\eta P} \cong 518 \text{ с}$
1Б.6	$I = \frac{\mu m g v}{\eta U} = 50 \text{ А}$	1Б.6	$KПД = \frac{mgh}{UIt} \cdot 100\% = 50\%$
1Б.7	$\Delta m = \frac{1}{\lambda} \left( \eta \frac{U^2}{R} t - cm(t_{\text{кин}} - t_0) \right) = 54 \text{ г}$	1Б.7	$ q  = C \cdot \frac{\epsilon}{r + R_1 + R_2} \cdot R_2;$ $q = -4,2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$
1Б.8	$I = \frac{\epsilon}{R_1 + r}; W = \frac{C}{2} \cdot \left( \frac{\epsilon R_1}{R_1 + r} \right)^2$	1Б.8	$\frac{I_2}{I_1} = \frac{10}{9 + 1100 / 1101} \cong 1,00009$
1Б.9	$W = \frac{q}{2} \left( \frac{\epsilon R}{R + r} \right) = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$	1Б.9	$A = \epsilon \cdot I \cdot t = 45 \text{ Дж}$
1Б.10	Амперметр покажет силу тока 0,08 А	1Б.10	1,2 А

2Б.1	$a = \sqrt{\frac{4\epsilon\Delta t}{B \cos \alpha \sqrt{3}}} = 0,13 \text{ м}$	2В.1	$\Phi = \frac{1}{n} \cdot \epsilon \cdot \Delta t = 0,001 \text{ Вб}$
2Б.2	$B = \frac{p}{eR} = 0,06 \text{ Тл}$	2В.2	a) $R_p : R_a = 1:2$ ; б) $R_p : R_a = 1:1$ , где $R_p$ и $R_a$ – радиусы окружностей, описываемых протоном и $\alpha$ -частицей
2Б.3	$q = \frac{BS}{R} (\cos 0^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{2BS}{R} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$	2В.3	$B_{2Z} = \frac{qR}{S} + B_{1Z} = 0,25 \text{ Тл}$
2Б.4	$L = \frac{\epsilon}{B\sqrt{2aS}} = 1,5 \text{ м}$	2В.4	$v = \frac{U}{BL \sin \alpha} = 80 \text{ м/с}$
2Б.5	$\frac{W_1}{W_2} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \left(\frac{q_1}{q_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = 4$	2В.5	$t = \frac{2\pi m}{eB} = 9,1 \text{ нс}$ , где $e$ – заряд электрона, $m$ – масса электрона
2Б.6	$I = \frac{vBL}{R} = 10^{-5} \text{ А}$	2В.6	$B = \frac{IR}{vL} = 0,4 \text{ Тл}$
2Б.7	$M = 2 \cdot IBL \cdot \frac{L}{2} \sin \alpha = IBL^2 \sin \alpha = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м}$	2В.7	$B = \frac{mg \cdot t g \alpha}{IL}$
2Б.8	$\frac{P_1}{P_0} = \frac{\left(\epsilon - S \frac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2}{\epsilon^2} = 0,81$ , т.е. мощность уменьшится на 19%.	2В.8	$v = \frac{\epsilon}{BL} = 10 \text{ м/с}$ ; влево
2Б.9	$q = \frac{mB}{16\rho_{\text{меди}} D_{\text{меди}}} = 0,04 \text{ Кл}$	2В.9	$S = \frac{A\sqrt{2}}{BIL} = 0,14 \text{ м}$
2Б.10	$a = \frac{IBL \cos \alpha}{m} - g \sin \alpha = 1,5 \text{ м/с}^2$ (если $g = 10 \text{ м/с}^2$ )	2В.10	$\epsilon = BL \sqrt{2l \cdot g \sin \alpha} = 0,2 \text{ В}$
3Б.1	Уменьшить в 156 раз	3В.1	$\lambda = 2\pi c \sqrt{L \frac{\infty_0 S}{d}} \approx 220 \text{ м}$
3Б.2	$W_{E\max} = W_{M\max} = \frac{C(U, \sqrt{2})^2}{2} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}$	3В.2	$W_{E\max} = W_{M\max} = \frac{L(I, \sqrt{2})^2}{2} = 10^{-2} \text{ Дж}$

3Б.3	$\omega = \frac{U_3 \sqrt{2}}{I_0 L} = 778 \text{ Гц}$	3В.3	$I_m = 2\pi v \frac{C}{2} U_3 \sqrt{2} = 2,8 \text{ А}$
3Б.4	$I = 0,8 \text{ мА}$	3В.4	$I_m = \frac{I}{\sqrt{1 - \left(\frac{q}{q_1}\right)^2}} = 3,46 \text{ мА}$
3Б.5	$U_3 = \frac{q_m}{C \sqrt{2}} = 35 \text{ В}$	3В.5	$L = \frac{1}{\omega^2 C} = 1 \text{ Гн}$
3Б.6	$U_m = 42,5 \text{ В}$	3В.6	$U_m = \frac{2\pi L I_m}{T} = 9,4 \text{ В}$
3Б.7	$L = \frac{1}{4\pi^2 v^2 C} = 0,5 \text{ Гн}$	3В.7	$C = \frac{1}{4\pi^2 v^2 L} = 0,8 \text{ мкФ}$
3Б.8	$v = \frac{\epsilon_0}{2\pi B S n} \approx 5 \text{ об/с}$	3В.8	$\epsilon_0 = 2\pi n B S = 0,94 \text{ В}$
4Б.1		4В.1	См. рис. 7.1
4Б.2	$d = \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}} = 5,2 \text{ м}$	4В.2	$n > \sqrt{2} \approx 1,41$
4Б.3	$\alpha = \arcsin \left( n \cdot \frac{d}{\sqrt{4h^2 + d^2}} \right) \approx 28^\circ$	4В.3	$L = 2h \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = 0,97 \text{ м}$
4Б.4	$V = a^2 \cdot b : \left( 1 - \frac{\sin 45^\circ}{\sqrt{n^2 - \sin^2 45^\circ}} \right) \approx 45 \text{ л}$	4В.4	$\varphi = 120^\circ$
4Б.5	$\Delta t = \frac{a \cdot d}{v \cdot F} = 0,005 \text{ с}$	4В.5	$\Delta t = \frac{d \cdot L}{v \cdot F} = 1 \text{ мс}$
4Б.6	$k = \left( \frac{L+l}{L-l} \right)^2 = 25$	4В.6	$F = L \frac{\sqrt{k}}{(1+\sqrt{k})^2} = 0,2 \text{ м}$
4Б.7	$62,5 \text{ см}^2$	4В.7	Рис. 7.2; $41,6 \text{ см}^2$
4Б.8	$45 \text{ см}$	4В.8	$F_1 - F_2 = 25 \text{ см}$ от собирающей линзы
4Б.9	$\gamma = \alpha \cdot \left( \frac{2}{n} - 1 \right) = 0,02$	4В.9	$R = \frac{2l}{m+1} = 8 \text{ см}$

4Б.10	$F = \frac{l}{\frac{m}{n} + \frac{n}{m} + 2} = 0,1 \text{ м}$	4В.10	$F = \pm \frac{al}{b} = \pm 25 \text{ см}$
4Б.11	$d = \frac{2\lambda}{\sin \varphi} = 5,2 \text{ мкм}$	4В.11	$d \approx \frac{2L\lambda}{l} = 10 \text{ мкм}$
4Б.12	$k \approx \frac{dl}{\lambda L} = 2$	4В.12	$l = \frac{L}{d} (\lambda_{kp} - \lambda_\phi) = 4 \text{ см}$
4Б.13	$d = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n - \sin^2 \alpha} = 0,3 \text{ мкм}$	4В.13	$\lambda = 2b \sin \alpha \approx 2b\alpha = 0,6 \text{ мкм}$
5Б.1	$v = \frac{1}{h} \cdot \left(  E_1  + \frac{mv^2}{2} \right) = 4,0 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$	5В.1	$\lambda_{41} = \left( \frac{1}{\lambda_{13}} + \frac{1}{\lambda_{24}} - \frac{1}{\lambda_{32}} \right)^{-1} = 353 \text{ нм}$
5Б.2	$v_{\max} = 1,44 \cdot 10^6 \text{ м/с}$	5В.2	$\lambda = \frac{ch}{E} = 254 \text{ нм}$
5Б.3	$\lambda = \frac{ch}{A + eq/C} = 330 \text{ нм}$	5В.3	$U = \frac{ch}{e} \cdot \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = 1,04 \text{ В}$
5Б.4	$KПД = \frac{N \cdot \frac{ch}{\lambda}}{UI} \cdot 100\% = 0,1\%$	5В.4	Нет, т.к. $\frac{ch}{e\lambda} = 2,76 \text{ эВ} < 3,5 \text{ эВ}$
5Б.5	$h = \frac{e \cdot (U_1 - U_2)}{v_1 - v_2} = 6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Дж·с}$	5В.5	$n = \frac{\lambda W}{ch} \approx 53$
6Б.1	1) ${}^1_7N + {}^0_0n \rightarrow {}^1_1H + {}^{14}_6C$ ; 2) ${}^{14}_6C \rightarrow {}^1_7N + {}^0_{-1}e$	6В.1	1) два нейтрона; 2) ${}^1_7N \rightarrow {}^0_{+1}e + {}^{13}_6C$
6Б.2	$\frac{E_{\text{св}}}{Z+N} = \frac{Zm_p + Nm_n - m_{\pi}}{Z+N} = 0,00868$ (а.е.м./нуклон) = 8,08 (МэВ/нуклон)	6В.2	$\frac{E_{\text{св}}}{Z+N} = \frac{Zm_p + Nm_n - m_{\pi}}{Z+N} =$ $= 7,7 \text{ МэВ/нуклон}$
6Б.3	Энергия выделяется, $\Delta E = m_{^3_1Li} + m_{^1_1H} - m_{^3_2He} - m_{^4_2He} =$ $= 0,0038 \text{ (а.е.м.)} > 0$	6В.3	Энергия поглощается, $\Delta E = m_{^1_7N} + m_{^1_2He} - m_{^1_8O} - m_p =$ $= -0,00074 \text{ (а.е.м.)} < 0$
6Б.4	$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot \frac{(-\ln 0,3)}{\ln 2} = 5,35 \cdot 10^{-6} \text{ с}$	6В.4	$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot \frac{(-\ln 0,4)}{\ln 2} = 1,76 \cdot 10^{-16} \text{ с}$

6Б.5	$\Delta T = \frac{\epsilon \cdot N \cdot t}{m \cdot c_{Pb}} = 12,7 \text{ K}$	6Б.5	$N = \frac{c_{Al} \cdot m \cdot \Delta T}{\epsilon \cdot t} = 3,4 \cdot 10^{11}$ (частиц/с)
------	---	------	--

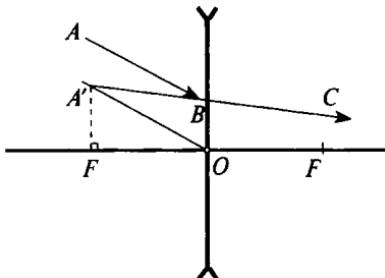


Рис. 7.1. Рисунок к задаче 4B.1. Луч  $A'O$  параллелен лучу  $AB$ . Ответ: луч  $BC$ .

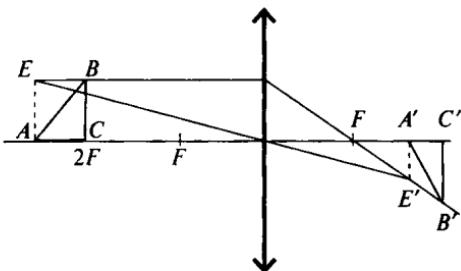


Рис. 7.2. Рисунок к задаче 4B.7

## 1 ПРОВЕРКА

**Вариант 1.** 1. увеличивается в 2 раза; 2. 5,5 А;

$$3. \text{ а) } t = \frac{cm\Delta T}{\eta \cdot P_1 / 2} = 112 \text{ мин; б) } t = \frac{cm\Delta T}{\eta \cdot 2P_1} = 28 \text{ мин;}$$

$$4. W = \frac{C}{2} \cdot \left( \frac{2R\epsilon}{3R+r} \right)^2; q = \frac{2R\epsilon C}{3R+r};$$

**Вариант 2.** 1. уменьшится в 4 раза; 2. 18 В, 2 Ом;

$$3. \text{ а) } t = \frac{cm\Delta T}{\eta \cdot P_2 / 3} = 78,75 \text{ мин; б) } t = \frac{cm\Delta T}{\eta \cdot 3P_2 / 2} = 17,5 \text{ мин;}$$

$$4. W = \frac{C}{2} \cdot \left( \frac{3R\epsilon}{4R+r} \right)^2; q = \frac{3R\epsilon C}{4R+r};$$

**Вариант 3.** 1. величина уменьшится на 9%; направление не изменится; 2. 6 В, 1 Ом 3.  $\Delta m = \frac{\eta Pt - cm\Delta T}{\lambda} ; 0,55 \text{ л;}$

$$4. W = \frac{C\epsilon^2}{2}; q = \epsilon C;$$

**Вариант 4.** 1. уменьшается; 2. 6 В, 1 Ом; 3. 20 мин;

$$4. W = \frac{C}{2} \cdot \left( \frac{3R\varepsilon}{5R+r} \right)^2; q = \frac{3R\varepsilon C}{5R+r}.$$

## 2 ПРОВЕРКА

**Вариант 1.** 1. нет (токи одного направления притягивают-  
ся); 2.  $p = eBR = 2,4 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с; 3.  $B = \frac{mg}{IL \sin \alpha} = 0,1$  Тл;

$$4. Q = \frac{1}{R} \cdot \left( \frac{\Delta B}{\Delta t} \pi r^2 \right)^2 \cdot (t_2 - t_1) = 0,185 \text{ мкДж};$$

**Вариант 2.** 1. токи одного направления притягиваются; кроме  
того, трубочка нагрелась током; 2.  $W = \frac{e^2 B^2 R^2}{2m_e} = 1,38 \cdot 10^{-18}$  Дж;  
3.  $L = \frac{2kl}{BL} = 0,2$  м; 4.  $q = \frac{1}{R} \cdot \left( \frac{\Delta B}{\Delta t} \pi r^2 \right)^2 \cdot (t_2 - t_1) = 4,2 \cdot 10^{-5}$  Кл;

**Вариант 3.** 1. нет (сила перпендикулярна скорости);

$$2. T = \frac{2\pi m_e}{eB} = 3,65 \text{ нс}; 3. I = \frac{\mu mg}{BL} = 1,5 \text{ А};$$

$$4. R = \frac{1}{P} \cdot \left( \frac{\Delta B}{\Delta t} S \right)^2 = 6,25 \text{ Ом};$$

**Вариант 4.** 1. в латунном (вихревые токи);

$$2. v = \frac{eB}{2\pi m_e} = 5,5 \cdot 10^9 \text{ Гц}; 3. B = \frac{mg \cdot \operatorname{tg} \alpha}{IL} = 0,58 \text{ Тл};$$

$$4. R = \frac{1}{q} \cdot \left( \frac{\Delta B}{\Delta t} S \right) \cdot (t_2 - t_1) = 2,5 \text{ Ом}.$$

## 3 ПРОВЕРКА

**Вариант 1.** 1. уменьшится; 2.  $L = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 C} = 0,46 \text{ мкГн};$

$$3. U_m = \frac{I_0 T}{2\pi C} = 350 \text{ В}; 4. W_M = \frac{q^2}{2C} \left( 1 - \cos^2 \frac{\pi}{3} \right) = 0,75 \text{ Дж}$$

**Вариант 2.** 1. не изменится; 2.  $C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L} = 0,28 \text{ нФ}$ ;

$$3. I_m = \frac{2\pi U_0 C}{T} = 0,94 \text{ А}; \quad 4. W_M = \frac{qU}{2} \left( 1 - \cos^2 \frac{2\pi}{3} \right) = 0,75 \text{ мкДж}$$

**Вариант 3.** 1. нет; 2.  $\lambda = 2\pi c \sqrt{LC} \approx 60 \text{ м}$ ; 3.  $U_m = \frac{2\pi I_0 L}{T} = 28 \text{ мВ}$ ;

$$4. W_E = \frac{LI^2}{2} \left( 1 - \cos^2 \frac{\pi}{3} \right) = 1,2 \text{ мДж}$$

**Вариант 4.** 1. нет; 2. уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз;

$$3. I_m = \frac{U_0 T}{2\pi L} = 0,08 \text{ А}; \quad 4. W_E = \frac{UI}{2\omega} \left( 1 - \cos^2 \frac{\pi}{3} \right) = 2,5 \text{ мкДж}$$

#### 4 ПРОВЕРКА

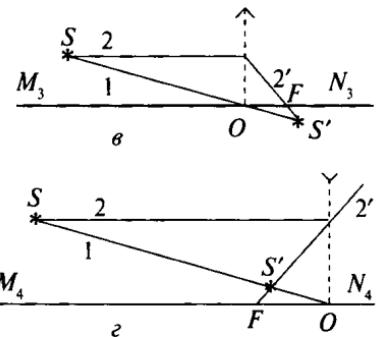
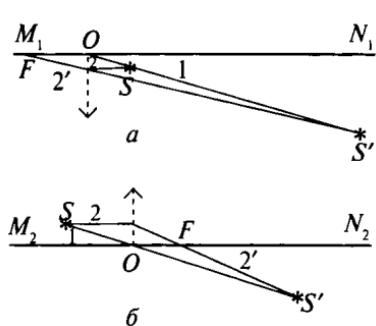


Рис. 7.3

**Вариант 1.** 1. у горячего и холодного воздуха разные показатели преломления; 2. Рис. 7.3 а; 3.  $H = \frac{Fh}{l} = 4 \text{ см}$ ;  
 4.  $n_{nn} = \frac{\lambda}{4d} = 1,5$

**Вариант 2.** 1. из-за преломления света в атмосфере;

2. Рис. 7.3 б; 3.  $f = \frac{1}{2D} = 0,1$  м; 4.  $k = \frac{dl}{\lambda L} = 1$

**Вариант 3.** 1. нет, энергия просто не поступает в эту область;

2. Рис. 7.3 в; 3.  $l = \frac{f^2}{F-f} = 12,5$  см; 4.  $\lambda = 500$  нм

**Вариант 4.** 1. источник света неточечный, а голова дальше от земли; от точечного источника тень всюду четкая; 2. Рис. 7.3 г;

3.  $d = -\frac{1}{D} = 0,2$  м; 4.  $d = \frac{c}{4v} = 150$  нм

## 5 ПРОВЕРКА

**Вариант 1.** 1. не изменяется; 2. 303 нм; 3. 658 нм; 4. 376 нм;

**Вариант 2.** 1. на черную поверхность – в 2 раза меньше, чем на белую; 2. ИК:  $m = 0,74 \cdot 10^{-38}$  кг;  $p = 2,21 \cdot 10^{-30}$  кг·м/с; рентген:  $m = 0,74 \cdot 10^{-32}$  кг;  $p = 2,21 \cdot 10^{-24}$  кг·м/с; 3. 487,5 нм; 4. 704 км/с;

**Вариант 3.** 1. II; 2.  $v = 1,2 \cdot 10^{20}$  Гц;  $\lambda = 2,4 \cdot 10^{-12}$  м; это гамма-излучение; 3. 122 нм; 4. 207 нм;

**Вариант 4.** 1. 1:1; 2.  $p = 2,13 \cdot 10^{-27}$  кг·м/с;  $v = 3 \cdot 10^8$  м/с;  
3. 487,5 нм; 4. 690 км/с.

## 6 ПРОВЕРКА

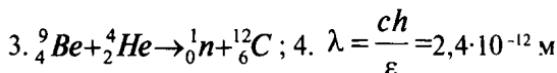
**Вариант 1.** 1. порядковый номер и массовое число не изменяются, масса уменьшается; 2.  $Au$ : 79 протон, 118 нейтронов;  $Ag$ : 47 протонов, 61 нейтрон; 3.  ${}_{5}^{11}B + {}_{2}^{4}He \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{7}^{14}N$ ;  
4.  $\Delta E = (m_{{}_{3}^{7}Li} + m_{{}_{1}^{2}H} - m_{{}_{4}^{8}Be} - m_{{}_{0}^{1}n}) = 15$  МэВ.

**Вариант 2.** 1. II; 2.  $Pt$ : 78 протонов, 117 нейтронов;  $Os$ : 76 протонов, 114 нейтронов; 3.  ${}_{93}^{237}Np \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{91}^{233}Pa$ ;  
4.  $\Delta E = (m_{{}_{3}^{7}Li} + m_{{}_{2}^{4}He} - m_{{}_{5}^{10}B} - m_{{}_{0}^{1}n}) = 2,8$  МэВ

**Вариант 3.** 1. перпендикулярно плоскости рисунка от нас;

2. *Se*: 34 протона, 45 нейтронов; *Te*: 52 протона, 76 нейтронов;
3.  $^{56}_{26}Fe + ^1_0n \rightarrow ^{56}_{25}Mn + ^1_{1p}$ ;  $^{56}_{25}Mn \rightarrow ^0_{-1}e + ^{56}_{26}Fe$ ;
4.  $E = \frac{ch}{\lambda} - E_{ce} = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} = 0,932 \text{ МэВ}.$

**Вариант 4.** 1. в верхних слоях атмосферы; 2. *Ar*: 18 протонов, 22 нейтрона; *F*: 9 протонов, 10 нейтронов;



### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Буховцев Б.Б.* Сборник задач по элементарной физике: пособие для самообразования / Б.Б. Буховцев, В.Д. Кривченков, Г.Я. Мякишев, В.П. Шальнов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1968. – 439 с.
2. *Рымкевич А.П., Рымкевич П.А.* Сборник задач по физике для 8–10 классов средней школы. – М.: Просвещение, 1979. – 160 с.
3. *Мякишев Г.Я.* Физика: Учеб. пособие для 11 кл. общеобразоват. учреждений / Г.Я. Мякишев, Б.Б. Буховцев. – М.: Просвещение, 2003. – 336 с.
4. *Бендриков Г.А.* Задачи по физике для поступающих в вузы: Учебное пособие / Г.А. Бендриков, Б.Б. Буховцев, В.В. Керженцев, Г.Я. Мякишев. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 383 с.
5. *ФИПИ.* Единый государственный экзамен. Открытый сегмент ФБТЗ. Физика [Электр. ресурс] / Режим доступа – <http://fipi.ru/view/sections/154/docs/>
6. *Отличник ЕГЭ. Физика. Решение сложных задач* / Под ред. В.А. Макарова, М.В. Семенова, М.А. Якуты; *ФИПИ.* – М.: Интеллект-центр, 2010. – 368 с.
7. *Коноплич Р.В.* Сборник тестовых заданий для тематического и итогового контроля. Физика. 11 класс / Р.В. Коноплич, В.А. Орлов, Н.А. Добродеев, А.О. Татур. – М.: Интеллект-центр, 2009. – 80 с.
8. *Никифоров Н.Г.* ЕГЭ 2009. Физика: сборник заданий / Г.Г. Никифоров, В.А. Орлов, Н.К. Ханнанов. – М.: Эксмо, 2008. – 240 с.
9. *Единый государственный экзамен 2010. Физика. Универсальные материалы для подготовки учащихся / ФИПИ / Сост. В.А. Орлов, М.Ю. Демидова, Г.Г. Никифоров, Н.К. Ханнанов.* – М.: Интеллект-центр, 2010. – 224 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение .....</b>	3
<b>1. Электрический ток. Закон Ома для замкнутой цепи .....</b>	5
1А. Разобранные задачи .....	5
1Б. Наброски решения .....	21
1В. Задачи для самостоятельного решения .....	30
1Г. Проверка .....	32
<b>2. Магнитное поле. Силы Ампера, Лоренца. ....</b>	37
<b>Электромагнитная индукция. ....</b>	37
2А. Разобранные задачи .....	55
2Б. Наброски решения .....	62
2В. Задачи для самостоятельного решения .....	62
2Г. Проверка .....	65
<b>3. Электромагнитные колебания.</b>	
<b>Колебательный контур. Преобразования энергии .....</b>	72
3А. Разобранные задачи .....	72
3Б. Наброски решения .....	86
3В. Задачи для самостоятельного решения .....	91
3Г. Проверка .....	92
<b>4. Оптика геометрическая. Построение изображения и расчет его параметров в тонкой линзе.</b>	
<b>Оптические системы. Оптика волновая .....</b>	97
4А. Разобранные задачи .....	97
4Б. Наброски решения .....	120
4В. Задачи для самостоятельного решения .....	130
4Г. Проверка .....	133
<b>5. Квантовая физика. Фотоэффект. Строение атома .....</b>	137
5А. Разобранные задачи .....	137
5Б. Наброски решения .....	144
5В. Задачи для самостоятельного решения .....	148
5Г. Проверка .....	149
<b>6. Ядерная физика. Строение ядра. Радиоактивность.</b>	
<b>Закон радиоактивного распада .....</b>	152
6А. Разобранные задачи .....	152
6Б. Наброски решения .....	160
6В. Задачи для самостоятельного решения .....	162
6Г. Проверка .....	163
<b>7. Ответы.....</b>	167
<b>Список использованной литературы.....</b>	175